Πανελλαδικές Εξετάσεις Επαγγελματικών Λυκείων
(Γ Ημερήσιων – Δ Εσπερινών – Αυτοτελών Τμημάτων & Τμημάτων Συνδιδασκαλίας)

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Μαθηματικά (Άλγεβρα)**

Ημερομηνία: **17 Ιουνίου 2021**

Απαντήσεις Θεμάτων

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 65

Α2. Σχολικό βιβλίο, σελίδα 28

Α3.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Λάθος

Α4.

α. $-\frac{1}{x^2}$

β. $\nu \cdot x^{\nu-1}$

γ. $c \cdot f'(x)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Επειδή η γραφική παράσταση της f τέμνει στον άξονα στο $x = 1$ ισχύει

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - a + 2 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Β2. Για $a = 3$ η συνάρτηση γράφεται: $f(x) = x^2 - 3a + 2$ και για να βρούμε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g λύνουμε:

$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = -1$.

Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0$. Άρα η g έχει πεδίο ορισμού το $A = (-\infty, -1) \cup (-1,1) \cup (1, +\infty)$ ή $A = \mathbb{R} - \{-1,1\}$.

Β3. Για τον υπολογισμό του ορίου έχουμε:

$$\lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1}\frac{(x^2-3x+2)}{x^2-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

Β4. Είναι $f(0) = 2$.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 3$, άρα $f'(0) = -3$

Η εφαπτομένη της C_f στο $\big(0, f(0)\big)$ έχει εξίσωση:

$y - f(0) = f'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y - 2 = -3x \Leftrightarrow y = -3x + 2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τις τεταγμένες του πολυγώνου σχετικών συχνοτήτων συμπληρώνουμε την αντίστοιχη στήλη. Επίσης οι κεντρικές τιμές κάθε κλάσης προκύπτουν ως το ημιάθροισμα των άκρων αυτής: $x_i = \frac{\alpha+\beta}{2}$, $i = 1,2,3,4$ για κάθε κλάση $[\alpha, \beta)$.
Αντίστοιχα, από τον τύπο $f_i = \frac{\nu_i}{\nu} \Leftrightarrow \nu_i = f_i \cdot \nu$ υπολογίζουμε τις συχνότητες της κάθε κλάσης.
Τέλος, από τον τύπο $\alpha_i = 360^0 \cdot f_i$ συμπληρώνουμε την τελευταία στήλη.

	x_i	ν_i	f_i	a_i
$[\mathbf{4}, \mathbf{8})$	6	5	0,1	36^0
$[\mathbf{8}, \mathbf{12})$	10	15	0,3	108^0
$[\mathbf{12}, \mathbf{16})$	14	10	0,2	72^0
$[\mathbf{16}, \mathbf{20})$	18	20	0,4	144^0
Σύνολο		**50**	**1**	$\mathbf{360^0}$

Γ2. Το πλήθος των εκπαιδευτικών που έχουν τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας είναι
$n = \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 15 + 10 + 20 = 45$

Γ3. Λιγότερο από 16 έτη υπηρεσίας έχουν συμπληρώσει:
$f\% = f_1\% + f_2\% + f_3\% = 10\% + 30\% + 20\% = 60\%$ των εκπαιδευτικών

Γ4. Το εμβαδό του χωρίου που σχηματίζεται κάτω από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα (θεωρία σχολικού βιβλίου σελ.74) ισούται με 1.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για τις διαστάσεις του ορθογωνίου οικοπέδου ισχύει: $x > 0, y > 0$.
Η περίμετρός του δίνεται από τη σχέση: $\Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 80 = 2x + 2y \Leftrightarrow x + y = 40$.
Δηλαδή $y = 40 - x$, (1)
Συνεπώς ισχύει: $0 < x < 40$ και $0 < y < 40$.

Το εμβαδό του οικοπέδου δίνεται από τη συνάρτηση:
$E(x) = x \cdot y = x \cdot (40 - x) = -x^2 + 40x, \qquad 0 < x < 40$
Το πεδίο ορισμού της $E(x)$ είναι το διάστημα $\Delta = (0, 40)$.

Δ2. Η συνάρτηση $E(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο Δ με $E'(x) = -2x + 40$.
Λύνουμε: $E'(x) > 0, x \in \Delta$
$\Rightarrow -2x + 40 > 0 \Rightarrow 0 < x < 20$,
και $E'(x) < 0, x \in \Delta$
$\Rightarrow -2x + 40 < 0 \Rightarrow x > 20,\ x \in \Delta$, άρα $20 < x < 40$.

Άρα, η $E(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(0,20]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[20,40)$.

Δ3. Λύνουμε: $E'(x) = 0,\ x \in \Delta$

$\Rightarrow -2x + 40 = 0 \Rightarrow x = 20$

Επομένως, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας μονοτονίας ακροτάτων

x	0		20		40
$E'(x)$		+	0	−	
E		↗	Ο.Μ.	↘	

Η συνάρτηση $E(x)$ παρουσιάζει στο σημείο $x = 20\ (m)$ ολικό μέγιστο την τιμή
$E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400\ (m^2)$

Δ4. Για τις διαστάσεις των οικοπέδων A και B παρατηρούμε ότι: $x_A < x_B$ $(29{,}5\ m < 34{,}2\ m)$ και $x_A, x_B \in [20,40)$ στο οποίο η συνάρτηση E είναι γνησίως φθίνουσα.

Δηλαδή: $x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$

Άρα το οικόπεδο A έχει μεγαλύτερο εμβαδό από το οικόπεδο B.

Επιμέλεια:
Χρήστος Αναστασίου, Παναγιώτης Συνοδινός, Ηρώ Μαρκάκη

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!