Πανελλαδικές Εξετάσεις Επαγγελματικών Λυκείων
(Γ Ημερήσιων – Δ Εσπερινών – Αυτοτελών Τμημάτων & Τμημάτων Συνδιδασκαλίας)

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Μαθηματικά (Άλγεβρα)**

Ημερομηνία: **18 Ιουνίου 2020**

Απαντήσεις Θεμάτων

Θέμα Α

Α1. Θεωρία από το σχολικό βιβλίο σελ. 16

Α2.

- **α. Λάθος**
- **β. Σωστό**
- **γ. Λάθος**

Α3.

- **α.** $\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$
- **β.** $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$
- **γ.** $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

Α4. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελ. 28-29

Θέμα Β

Β1. Για τη συμπλήρωση του πίνακα δίνεται: $f_1 = 40\%$ και χρησιμοποιούμε τους τύπους:

$$f_i = \frac{\nu_i}{\nu},\quad i = 1,2,3,4,\quad N_1 = \nu_1 \text{ και } N_{i+1} = N_i + \nu_{i+1},\qquad i = 1,2,3$$

καθώς και $F_i = \dfrac{N_i}{\nu}$, $\quad i = 1,2,3,4$, και $F_{i+1} = F_i + f_{i+1}\ \ i = 1,2,3$

Έτσι έχουμε τον πίνακα:

x_i	ν_i	$f_i\%$	N_i	F_i
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Σύνολο	**50**	**100**		

Β2. Το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει 3 βιβλία είναι: $f_3\% = 10\%$.

Β3. Το πλήθος των μαθητών που έχουν διαβάσει τουλάχιστον ένα βιβλίο είναι:

$50 - N_1 = 30$ αφού πρόκειται για όλους τους μαθητές εκτός από αυτούς που δεν έχουν διαβάσει κανένα βιβλίο.

Β3. Το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία είναι $F_3 = 90\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφόσον το σημείο $A(-1,-2)$ ανήκει στη C_f θα ισχύει:

$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow (-1)^3 - \lambda \cdot (-1)^2 + 2 = -2 \Leftrightarrow -1 - \lambda = -4 \Leftrightarrow \lambda = 3$$

Γ2. Για $\lambda = 3$ ο τύπος της f γίνεται: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

Η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με: $f'(x) = 3x^2 - 6x$ και $f''(x) = 6x - 6$.

Γ3. Για τη μελέτη μονοτονίας-ακροτάτων λύνουμε:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = 2$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) > 0 \Leftrightarrow x < 0 \text{ ή } x > 2$$

Επομένως έχουμε τον πίνακα μονοτονίας-ακροτάτων:

	$-\infty$	0		2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	$T.M.$	$\searrow$	$T.E.$	$\nearrow$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$, γνησίως φθίνουσα στο $[0,2]$ και γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$. Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 0$ το $y = f(0) = 2$ και τοπικό ελάχιστο για $x = 2$ το $y = f(2) = -2$.

Γ4. Για το όριο είναι:

$$\lim_{x\to 1} \frac{f'(x) + 3}{f''(x)} = \lim_{x\to 1} \frac{3x^2 - 6x + 3}{6x - 6} = \lim_{x\to 1} \frac{3(x^2 - 2x + 1)}{6(x-1)} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{2(x-1)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{2} = 0$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με

$$f'(x) = 20\,(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (2x + 4) \Leftrightarrow f'(x) = 40(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (x + 2) \quad (1)$$

Δ2. Με βάση τον ορισμό της παραγώγου σε ένα σημείο x_0 έχουμε:

$$f'(x_0) = \lim_{h \to x_0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

για μια παραγωγίσιμη συνάρτηση.

Οπότε το ζητούμενο όριο γράφεται:

$$\lim_{h \to x_0} \frac{f(-2 + h) - f(-2)}{h} = f'(-2) = 0$$

με αντικατάσταση στον τύπο (1).

Δ3. Η εφαπτόμενη της C_f που είναι παράλληλη στον $x'x$ θα είναι σε σημείο x_0με $f'(x_0) = 0$.

Λύνουμε την εξίσωση $f'(x) = 0 \iff 40(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (x + 2) = 0$

$\iff x + 2 = 0 \iff x = -2$ καθώς για το τριώνυμο $x^2 + 4x + 5$ είναι $\Delta < 0$.

Επομένως, αναζητούμε την εφαπτομένη (ε) στο σημείο $M(-2, 1)$ (διότι $f(-2) = (4 - 8 + 5)^{20} = 1^{20} = 1$) θα έχει εξίσωση: $y = ax + \beta$ με $\alpha = f'(-2) = 0$

Άρα, η εξίσωση γίνεται: $y = \beta$ (ε)

Επειδή $M(-2, 1) \in (\varepsilon)$ είναι $\beta = 1$.

Δ4. Η απόσταση (OA) δίνεται από τον τύπο:

$(OA) = \sqrt{(x - 0)^2 + (1 - 0)^2} = \sqrt{x^2 + 1}$

Έστω η συνάρτηση $g\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ με

$g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

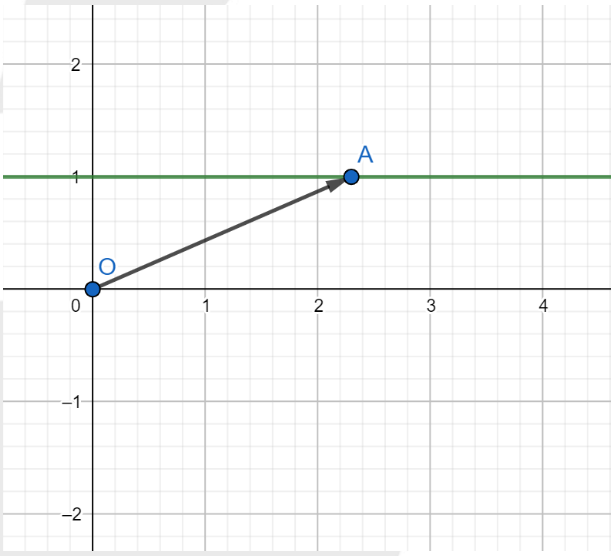
Ζητείται το $g'(1)$.

Η g είναι παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με

$$g'(x) = \frac{(x^2 + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι:

$$g'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!

*Για την εύστοχη Συμπλήρωση του Μηχανογραφικού Δελτίου συμβουλευτείτε τον Οδηγό Σπουδών από τις εκδόσεις μας: «**ΣΠΟΥΔΕΣ & ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΑ**».*

Όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για τις Σχολές, τις Σπουδές και τα Επαγγέλματα με βάση τις πρόσφατες αλλαγές στα Τμήματα και τις Σχολές της Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης!

Περισσότερες πληροφορίες στην ιστοσελίδα του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ: www.methodiko.net