ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Πανελλήνιες Εξετάσεις Ημερήσιων Γενικών Λυκείων

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής Γενικής Παιδείας**,

Ημ/νία: **19 Ιουνίου 2017**

Απαντήσεις Θεμάτων

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 31

Θεωρούμε τη συνάρτηση $F(x) = f(x) + g(x)$ και έχουμε:

$$F(x+h) - F(x) = [f(x+h) + g(x+h)] - [f(x) + g(x)]$$
$$= f(x+h) - f(x) + g(x+h) - g(x)$$

Οπότε για $h \neq 0$ είναι:

$$\lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right)$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} = f'(x) + g'(x)$$

Άρα, για κάθε $x \in B$ είναι: $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 14

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει **τοπικό μέγιστο** στο σημείο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x κοντά στο x_0.

Α3. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 72

Πλάτος μιας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

Α4. α. Σωστό **β.** Λάθος **γ.** Λάθος **δ.** Σωστό **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. α)

$$\bar{x} = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{4} x_i \cdot \nu_i = \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 9 \cdot 1}{10} = \frac{2 + 9 + 20 + 9}{10} = 4$$

β) Διατάσσουμε τις τιμές κατά αύξουσα σειρά και έχουμε:

1 1 3 3 **3** **5** 5 5 5 9

Παρατηρούμε ότι $\nu = 10$ άρτιος, άρα η διάμεσος είναι ίση με το ημιάθροισμα της 5ης και 6ης παρατήρησης, δηλαδή $\boldsymbol{\delta = \frac{3+5}{2} = 4}$.

γ)

$\boldsymbol{x_i}$	$\boldsymbol{\nu_i}$	$\boldsymbol{x_i - \bar{x}}$	$\boldsymbol{(x_i - \bar{x})^2}$	$\boldsymbol{(x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i}$
1	2	-3	9	18
3	3	-1	1	3
5	4	1	1	4
9	1	5	25	25
ΣΥΝΟΛΟ	**10**			**50**

$$s^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{4} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \nu_i = \frac{50}{10} = \mathbf{5}$$

Β2. Είναι:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} > \frac{2}{4} = \frac{1}{2} > 10\%$$

άρα το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 1$.
Θέτουμε:

- $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$
- $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	ολικό ελάχιστο	$\nearrow$	

Άρα η συνάρτηση f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x=\frac{1}{2}$ το $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$.

Γ2. Η εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $A\big(2, f(2)\big)$, δηλαδή $A(2,3)$ είναι της μορφής $(\varepsilon): y=\alpha x+\beta$ με $\alpha=f'(2)=3$.

Επομένως είναι η $(\varepsilon): y=3x+\beta$

Όμως $A(2,3)\in(\varepsilon)$, συνεπώς $3=3\cdot 2+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$

Άρα, $(\boldsymbol{\varepsilon}): \boldsymbol{y}=\mathbf{3}\boldsymbol{x}-\mathbf{3}$

Γ3. Αντικαθιστώντας στην (ε) $y=0$, παίρνουμε $0=3x-3 \Leftrightarrow x=1$.
Άρα η (ε) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(1,0)$.
Αντικαθιστώντας στην (ε) $x=0$, παίρνουμε $y=-3$.
Άρα, η (ε) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $\Gamma(0,-3)$.

Γ4. Έχουμε:

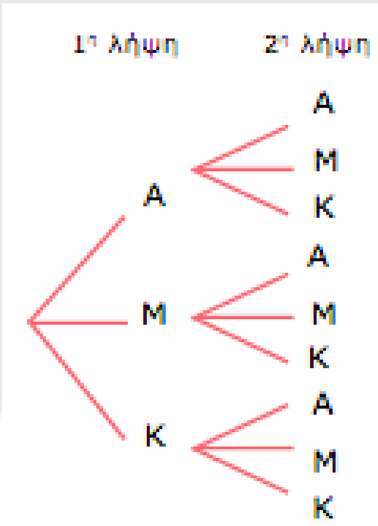
$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}=\frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ



Ο δειγματικός χώρος είναι:

$\Omega=\{AA\ ,\ AM\ ,\ AK\ ,\ MA\ ,\ MM\ ,\ MK\ ,\ KA\ ,\ KM\ ,\ KK\}$ με $\boldsymbol{N(\Omega)}=\mathbf{9}$

Δ2. Έχουμε:

$A = \{AM\ ,\ \ MM\ ,\ \ KM\}$ με $\boldsymbol{N(A) = 3}$

$B = \{AM\ ,\ \ AK\ ,\ \ MA\ ,\ \ MK\ ,\ \ KA\ ,\ \ KM\}$ με $\boldsymbol{N(B) = 6}$

Δ3. α)

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{N(A)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Αλλιώς:

$A' = \{AA\ ,AK\ ,MA\ ,MK\ ,KA\ ,KK\}$ με $\boldsymbol{N(A') = 6}$

άρα $P(A') = \dfrac{N(A')}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

$A \cap B = \{AM, KM\}$ με $N(A \cap B) = 2$ άρα,

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

Αλλιώς, $A - B = \{MM\}$ με $N(A - B) = 1,$ άρα

$$P(A - B) = \frac{N(A - B)}{N(\Omega)} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

Αλλιώς, $B - A = \{AK\ ,\ \ MA\ ,\ \ MK\ ,\ \ KA\}$ με $N(B - A) = 4$

άρα, $P(B - A) = \dfrac{N(B - A)}{N(\Omega)} = \dfrac{4}{9}$

β) Επειδή $A \cup B = \{AM\ ,MM\ ,KM\ ,AK\ ,\ MA\ ,\ MK\ ,\ KA\}$ και $\Gamma \cap A = \emptyset$, $\Gamma \cap B = \emptyset$,

έχουμε $\Gamma \cap (A \cup B) = \emptyset$, δηλαδή $\Gamma \subseteq (A \cup B)'$ και τελικά

$$P(\Gamma) \leq P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

Άρα, η μεγαλύτερη τιμή του Ρ(Γ) είναι $\boldsymbol{\dfrac{2}{9}}$

Μάριος Παπαδιαμαντής, Χρήστος Αναστασίου, Αλέξανδρος Φιτσόπουλος, Αποστόλης Κωτσιαρίνης, Ηρώ Μαρκάκη

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!

Για την εύστοχη Συμπλήρωση του Μηχανογραφικού Δελτίου συμβουλευτείτε τη νέα έκδοση του Οδηγού Σπουδών: «ΣΠΟΥΔΕΣ & ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΑ 2017».

Όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για τις Σχολές, τις Σπουδές και τα Επαγγέλματα!

Περισσότερες πληροφορίες στην ιστοσελίδα του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ: www.methodiko.net