

## ΘΕΜΑ Α

A1. β    A2. γ    A3. β    A4. δ

A5. α) Σωστό    β) Λάθος    γ) Σωστό    δ) Λάθος    ε) Λάθος

## ΘΕΜΑ Β

B1. Για τις συχνότητες απ' ευθείας  $f_1$  και από ανάκλαση  $f_2$  έχουμε:

$$f_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} + v_s} f_s$$

Η  $f_2$  που «αντιλαμβάνεται» ο παρατηρητής είναι ίση με τη συχνότητα που «αντιλαμβάνεται» και επανεκπέμπει ο βράχος καθώς ο παρατηρητής είναι ακίνητος.

$$f_{\beta\rho.} = f_2 = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} - v_s} \cdot f_s$$

$$f_2 = \frac{v}{v_{\eta\chi} - v_s} f_s$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{v_{\eta\chi} - v_s}{v_{\eta\chi} + v_s} = \frac{9v_{HX}}{11v_{HX}} = \frac{9}{11}$$

**Σωστό το (iii)**

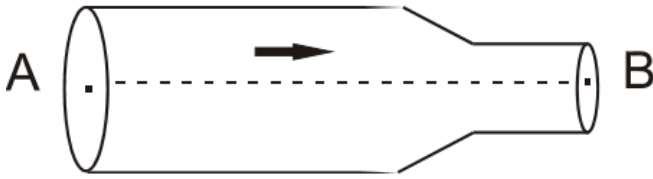
B2. Είναι:

$$A_M = \left| 2A \sigma \nu \frac{2\pi 9\lambda}{8\lambda} \right| = \left| 2A \sigma \nu \frac{9\pi}{4} \right| = 2A \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

$$\text{Άρα } v_{max} = \omega A_M = \frac{2\pi}{T} A\sqrt{2} \quad \text{Σωστό το (i)}$$

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

B3.



Από την εξίσωση συνέχειας έχουμε:  $A_A v_A = A_B v_B$  (1)

Από τη σχέση των **εμβαδών** των διατομών έχουμε:  $A_A = 2A_B$  (2).

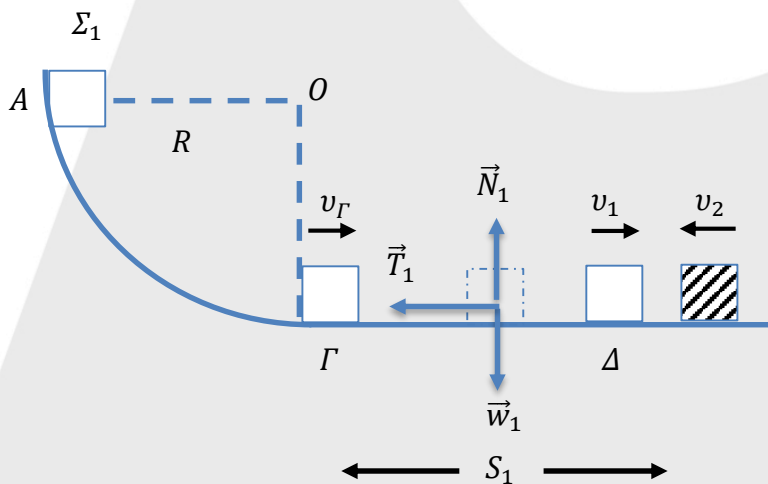
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:  $2v_A = v_B$

Για την οριζόντια ρευματική γραμμή που συνδέει τα σημεία A και B εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \Rightarrow P_A - P_B = -\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \frac{1}{2}4\rho v_A^2$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 3\frac{1}{2}\rho v_A^2 \Rightarrow P_A - P_B = 3\Lambda \quad \text{\color{red}\textbf{Σωστό το (ii)}}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ, (καθώς μόνο το βάρος που είναι συντηρητική δύναμη παράγει έργο), για την κάθοδο του  $\Sigma_1$  στο τεταρτοκύκλιο, θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο κίνησης του  $\Sigma_2$ :

$$U_A + K_A = U_\Gamma + K_\Gamma \Rightarrow mgR = \frac{1}{2}mv_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$$2gR = v_\Gamma^2 \Rightarrow v_\Gamma = 10 \text{ m/sec}$$

Μεθοδικό Φροντιστήριο

Βουλιαγμένης & Κύπρου 2, Αργυρούπολη, Τηλ: 210 99 40 999  
Δ. Γούναρη 201, Γλυφάδα, Τηλ: 210 96 36 300

[www.methodiko.net](http://www.methodiko.net)

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Γ2. Για την κίνηση του  $\Sigma_1$  στο οριζόντιο επίπεδο εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από τη θέση Γ στη θέση Δ:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 = W_T \quad (1)$$

Για το έργο της τριβής ισχύει:  $W_T = -T \cdot S_1 = -\mu \cdot N_1 \cdot S_1$ . Όμως:  $\Sigma F_{1y} = 0 \Leftrightarrow N_1 = m_1 g$

Οπότε από την (1) προκύπτει:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 = -\mu m_1 g S_1$$

$$\Rightarrow v_1^2 = v_f^2 - 2\mu g S_1$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 100 - 2 \cdot 5 \cdot 3,6 \Rightarrow v_1^2 = 64 \text{ m/sec}$$

$$v_1 = 8 \text{ m/sec}$$

Γ3. Για την ελαστική κρούση των δύο σωμάτων, θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων:

$$v_2 = -4 \text{ m/s} \quad \text{και} \quad v_1 = +8 \text{ m/s}$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 = -\frac{2m_1}{4m_1} v_1 + \frac{6m_1}{4m_1} v_2 = \frac{v_1}{2} + \frac{3}{2} v_2 = -4 - \frac{3}{2} \cdot 4$$

$$\Rightarrow v_1' = -10 \text{ m/sec}$$

$$v_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_2 = \frac{2m_1}{4m_1} v_1 + \frac{2m_1}{4m_1} v_2 = \frac{v_1}{2} + \frac{v_2}{2} = \frac{8}{2} + \frac{-4}{2} = 4 - 2$$

$$\Rightarrow v_2' = +2 \text{ m/sec}$$

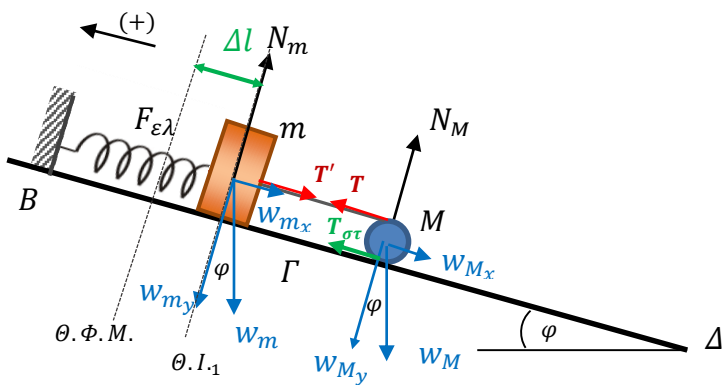
Η μεταβολή της ορμής για το σώμα  $\Sigma_2$  είναι:

$$\Delta P_2 = m_2 v_2' - m_2 v_2 = +12 + 6 = +18 \text{ kg m/sec} \quad \text{με κατεύθυνση δεξιά.}$$

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  είναι:

$$\frac{\Delta K_1}{K_1} \cdot 100\% \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\%$$
$$= \frac{v_1'^2 - v_1^2}{v_1^2} \cdot 100\% = \frac{100 - 64}{64} \cdot 100\% = \frac{9}{16} \cdot 100\%$$

## ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow T \cdot R - T_{\text{στατ}} \cdot R = 0 \Rightarrow T_{\text{στατ}} = T.$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow -Mg \eta \mu \varphi + T + T_{\text{στατ}} = 0$$

$$\Rightarrow Mg \cdot \eta \mu \varphi = 2T$$

$$\Rightarrow 10 = 2T \Rightarrow T = 5 \text{ N}.$$

Από την ισορροπία του σώματος Σ προκύπτει:

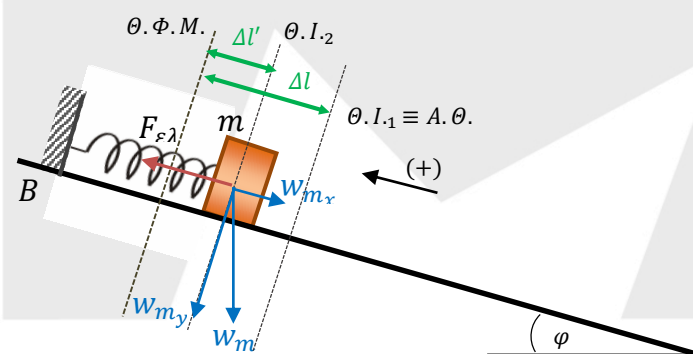
$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - T' - mg \cdot \eta \mu \varphi = 0$$

Όμως το νήμα είναι αβαρές οπότε:  $T = T'$ .

$$\text{Άρα: } mg \cdot \eta \mu \varphi + T = F_{E\lambda} \Rightarrow 5 + 5 = 100 \cdot \Delta l \Rightarrow$$

$$\frac{10}{100} = \Delta l \Rightarrow 0,1 \text{ m} = \Delta l.$$

Δ2.



Μεθοδικό Φροντιστήριο

Βουλιαγμένης & Κύπρου 2, Αργυρούπολη, Τηλ: 210 99 40 999  
Δ. Γούναρη 201, Γλυφάδα, Τηλ: 210 96 36 300

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβεται το νήμα, οπότε το σώμα αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με νέα θέση ισορροπίας τη  $\theta I_2$  (σχήμα). Για τη  $\theta. I_2$  ισχύει:

$$mg\eta\mu\varphi = K\Delta l' \Rightarrow 5 = 100\Delta l' \Rightarrow \frac{5}{100} = \Delta l' \Rightarrow \Delta l' = 0,05 \text{ m}$$

Η θέση που ισορροπούσε το σώμα πριν το κόψιμο του νήματος είναι ακραία θέση για τη νέα ταλάντωση, οπότε το πλάτος είναι:  $A = \Delta l - \Delta l' = \frac{5}{100} \text{ m}$

$$\text{Για την } \omega_{\tau\alpha\lambda} \text{ έχουμε: } \omega_{\tau\alpha\lambda} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 \text{ r/sec}$$

Αφού την  $t = 0$  το σώμα βρίσκεται στην αρνητική Α.Θ. έχουμε:  $-A = A \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1$

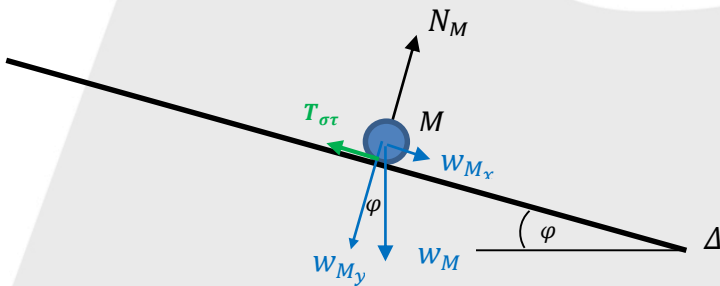
$$\Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, \text{ με } 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad.}$$

Άρα  $x = 0,05\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right)$  και για τη δύναμη επαναφοράς έχουμε:

$$F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow F_{\varepsilon\pi} = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right).$$

**Δ3.**



Για την κύλιση του κυλίνδρου έχουμε:  $\Delta x_{cm} = R \cdot \Delta\varphi$ ,  $v_{cm} = \omega \cdot R$ ,  $a_{cm} = \alpha \cdot R$

Η γωνία που διαγράφει ο κύλινδρος είναι:

$$\Delta\varphi = N \cdot 2\pi = \frac{12}{\pi} 2\pi = 24 \text{ rad}$$

Οπότε:  $\Delta x_{cm} = \Delta\varphi \cdot R = 24 \cdot 0,1 = 2,4 \text{ m}$

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κύλιση του κυλίνδρου (το έργο της  $T_{\sigma\tau}$  είναι μηδέν):

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

$$\frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}mR^2\omega^2 = mg\eta\mu\varphi \cdot \Delta x_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}mv_{cm}^2 = mg\eta\mu\varphi \cdot \Delta x_{cm} \Rightarrow$$

$$3v_{cm}^2 = 4g\eta\mu\varphi \Delta x_{cm} \Rightarrow$$

$$3v_{cm}^2 = 48 \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v_{cm} = 4 \text{ m/sec}$$

$$\text{Άρα } \omega = \frac{v}{R} = 40 \text{ rad/sec}$$

$$\text{Τέλος: } L = I\omega = \frac{1}{2}mR^2\omega = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{100} \cdot 40 = 0,4 \text{ kg m}^2/\text{sec}$$

**Δ4.** Κατά την κύλιση του δίσκου έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = ma_{cm}$$

$$\Rightarrow 20 \cdot \frac{1}{2} - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = 20 \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = 2a_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{\tau} = I\alpha_{\gamma} \Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} \cdot R = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma}, \text{ αφού ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση}$$

$$a_{cm} = \alpha_{\gamma} \cdot R.$$

Οπότε:

$$\Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = a_{cm} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε:

$$(1) + (2) \Rightarrow 10 = 3a_{cm} \Rightarrow \frac{10}{3} \cdot \frac{m}{\text{sec}^2} = a_{cm}$$

$$v_{cm} = a_{cm} t = \frac{10}{3} \cdot 3 = 10 \text{ m/sec}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\mu\epsilon\tau} + \left(\frac{\Delta K}{\Delta t}\right)_{\pi\epsilon\rho} = \Sigma F_x \cdot v_{cm} + \Sigma \tau \cdot \omega$$

$$= (Mg\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau\alpha\tau})v + T_{\sigma\tau\alpha\tau} \cdot R \frac{v_{cm}}{R}$$

$$= Mg\eta\mu\varphi \cdot v = 10 \cdot 10 = 100 \text{ J/s}$$

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Επιμέλεια:

Μπάμπης Μπέσης, Χαρίλαος Τσαγκαράκης, Στέφανος Μαυρογιώργης, Αντώνης Παρασκευάς,  
Ιωάννης Τριανταφύλλου



Μεθοδικό Φροντιστήριο

Βουλιαγμένης & Κύπρου 2, Αργυρούπολη, Τηλ: 210 99 40 999  
Δ. Γούναρη 201, Γλυφάδα, Τηλ: 210 96 36 300

[www.methodiko.net](http://www.methodiko.net)