Πανελλήνιες Εξετάσεις Ημερήσιων Γενικών Λυκείων

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης**

Ημ/νία: 22 Μαΐου 2013

Απαντήσεις Θεμάτων

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σωστή Απάντηση: γ

Α2. Σωστή Απάντηση: γ

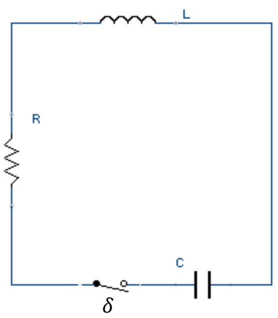
Α3. Σωστή Απάντηση: δ

Α4. Σωστή Απάντηση: γ

Α5. α. Σωστό β. Λάθος γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση: ***(ii)***



Η αρχική ενέργεια του κυκλώματος είναι:

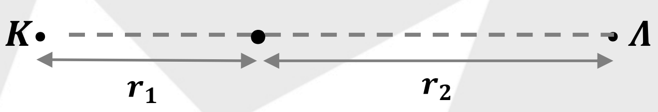
$E = U_E = \frac{1}{2}CV_c^{\,2} = \frac{1}{2}10 \cdot 10^{-6} 4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 10^{-3}\,J.$

Η ενέργεια του κυκλώματος την μεταγενέστερη χρονική στιγμή είναι ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου καθώς το φορτίο του πυκνωτή είναι ίσο με μηδέν:

$E' = U_B = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3} \cdot 36 = 2 \cdot 10^{-3} J$

Άρα η απώλεια ενέργειας είναι: $E - E' = 2 \cdot 10^{-3} J$

Β2. Σωστή απάντηση: ***(iii)***



Καθώς η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων δε μεταβάλλεται ισχύει:

$$\begin{cases} \upsilon_\delta = \lambda_1 \cdot f_1 \\ \upsilon_\delta = \lambda_2 \cdot f_2 \end{cases} \Rightarrow \lambda_1 \cdot f_1 = \lambda_2 \cdot f_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1 \cdot f_1}{3f_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$$

Έστω τυχαίο σημείο απόσβεσης μεταξύ των πηγών με αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές. Ισχύουν:

$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \quad (1)$$

$$r_1 + r_2 = d \quad (2) \quad \text{όπου } d = 2\lambda_1$$

Αθροίζοντας κατά μέλη τις (1) και (2) παίρνουμε:

$$2r_1 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda_1}{6} + 2\lambda_1 \Rightarrow r_1 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1$$

Για την r_1 ισχύει: $0 \le r_1 \le d \quad (d = 2\lambda_1)$

$$0 \le (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 \le 2\lambda_1$$

$$-\lambda_1 \le (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} \le -\lambda_1 \Rightarrow -12 \le 2N+1 \le 12$$

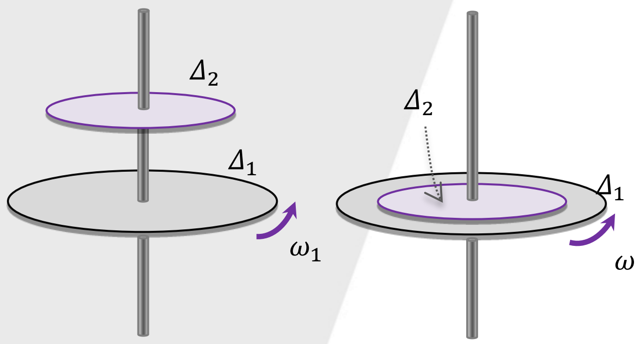
$$-13 \le 2N \le 11$$

$$-6{,}5 \le N \le 5{,}5$$

Άρα: $-6\,,-5\,,-4\,,-3\,,-2\,,-1\,,0\,,1\,,2\,,3\,,4\,,5$

Οπότε έχουμε **12 υπερβολές.**

Β3. Σωστή απάντηση: ***(ii)***



Με βάση την αρχή διατήρησης στροφορμής, η οποία ισχύει καθώς $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = 0$ (το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν) έχουμε: $\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{TE\Lambda}$

$$I_1 \cdot \omega_1 = \left(I_1 + \frac{I_1}{4}\right)\omega_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = \frac{5I_1}{A}\omega_2 \Rightarrow \frac{4\omega_1}{5} = \omega_2$$

$$\Delta L_1 = L_{1TE\Lambda} - L_{1\alpha\rho\chi} = I_1\omega_2 - I_1\omega_1 = I_1\frac{4\omega_1}{5} - I_1\omega_1 = -\frac{I_1\omega_1}{5} = -\frac{1}{5}\,L_1$$

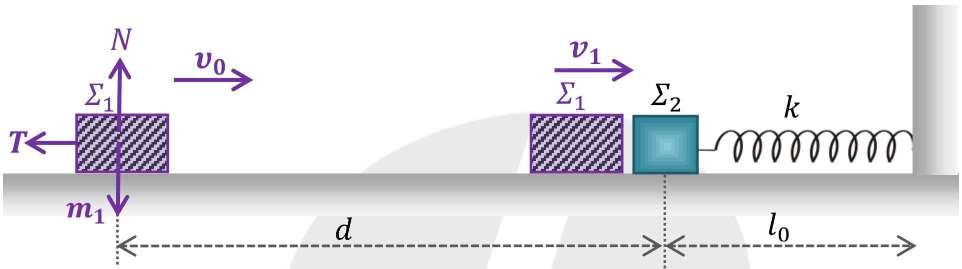
Άρα το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου Δ_1 είναι: $|\Delta L| = \frac{1}{5}L_1$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω v_1 η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος (Σ_1) λίγο πριν την κρούση και v_1' η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος (Σ_1) λίγο μετά την κρούση. Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά, για την κεντρική και ελαστική κρούση των σωμάτων ισχύει:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow -\sqrt{10} = \frac{m_1 - 2m_1}{3m_1} \cdot v_1 \Rightarrow -\sqrt{10} = \frac{-m_1}{3m_1} \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = +3\sqrt{10}\, m/s$$

Οπότε: $|v_1| = 3\sqrt{10}\, m/s$.



Η τριβή που ασκείται στο σώμα (Σ_1) είναι: $T = \mu \cdot N$

Εφόσον $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = m_1 \cdot g$ οπότε $T = \mu \cdot m_1 \cdot g$

Εφαρμόζοντας Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος (Σ_1) παίρνουμε:

$$K_T - K_A = W_T \Rightarrow \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 - \tfrac{1}{2} m_1 v_0^2 = -T \cdot d \Rightarrow \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 - \tfrac{1}{2} m_1 v_0^2 = -\mu \cdot m_1 \cdot g \cdot d$$

$$\Rightarrow v_1^2 - v_0^2 = -2 \cdot \mu \cdot g \cdot d \Rightarrow v_0^2 = v_1^2 + 2 \cdot \mu \cdot g \cdot d$$

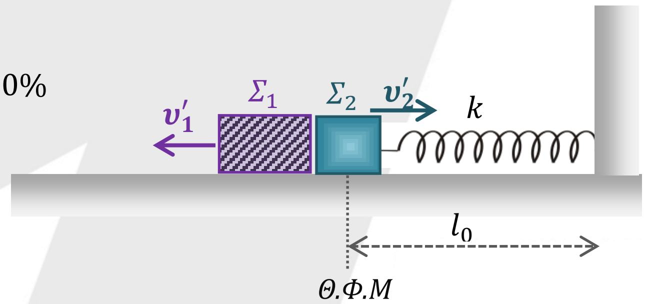
$$\Rightarrow v_0^2 = 9 \cdot 10 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow v_0^2 = 100 \Rightarrow v_0 = 10\, m/s\, .$$

Γ2. Έστω v_2' η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος (Σ_2) λίγο μετά την κρούση. Για την κεντρική και ελαστική κρούση των σωμάτων ισχύει:

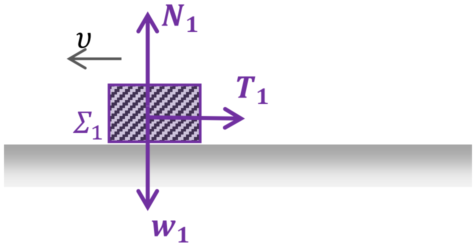
$$v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_2' = \frac{2m_1 \cdot 3 \cdot \sqrt{10}}{3m_1} \Rightarrow v_2' = 2\sqrt{10}\, m/s$$

Για το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο (Σ_2) από την κρούση έχουμε:

$$\frac{K_2}{K_1} 100\% = \frac{\frac{1}{2} 2m_1 {v_2'}^2}{\frac{1}{2} m_1 {v_1}^2} 100\% = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10}{9 \cdot 10} = \frac{8}{9} 100\%$$



Γ3. Το (Σ_1) μέχρι την κρούση εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (με μέτρο επιβράδυνσης α) για την οποία:



$$\Sigma F = m_1 \cdot a \Leftrightarrow T_1 = m_1 \cdot a \Leftrightarrow \mu \cdot N_1 = m_1 \cdot a$$

$$\Leftrightarrow \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \Leftrightarrow a = \mu \cdot g \Leftrightarrow a = 5 m/s^2$$

Αν Δt_1 είναι ο χρόνος κίνησης μέχρι την κρούση, έχουμε:

$$|\Delta v| = \Delta t_1 \cdot a \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{|v_1 - v_0|}{a} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{|3\sqrt{10} - 10|}{5}$$

$$\Leftrightarrow \Delta t_1 \cong \frac{|3 \cdot 3{,}2 - 10|}{5} \Leftrightarrow \Delta t_1 \cong \frac{0{,}4}{5} \Leftrightarrow \Delta t_1 \cong 0{,}08\ s$$

Το (Σ_1) μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (με επιβράδυνση μέτρου α) και αρχική ταχύτητα $v_1{}'$.

Αν Δt_2 είναι ο χρόνος κίνησης από τη στιγμή της κρούσης μέχρι να ακινητοποιηθεί το σώμα, τότε έχουμε:

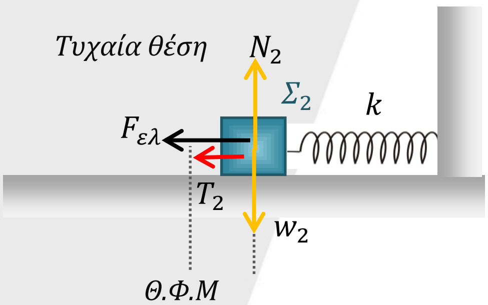
$$\Delta t_2 = \frac{|0 - v_1{}'|}{\alpha} = \frac{\sqrt{10}}{5} \cong \frac{3{,}2}{5}$$

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι:

$$\Delta t_{O\Lambda} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{3{,}6}{5} \cong 0{,}72 s$$

Σχόλιο: Η προσέγγιση $\sqrt{10} \cong 3{,}2$ δίνει το παραπάνω αποτέλεσμα και δημιουργείται το παράδοξο η επιβραδυνόμενη κίνηση να διαρκεί $0{,}08\ s$, ενώ αν το σώμα εκτελούσε ευθύγραμμη ομαλή για την ίδια απόσταση ο χρόνος είναι $t = 0{,}1\ s$! Χωρίς προσέγγιση ο χρόνος είναι: $t = 0{,}102\ s$.

Γ4.

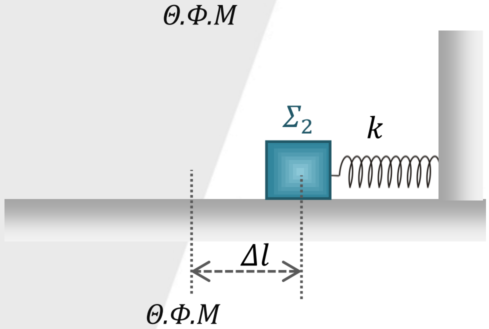


Για το (Σ_2) έχουμε: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = w_2$

Οπότε $T_2 = \mu \cdot N_2 \Leftrightarrow T_2 = \mu \cdot m_2 \cdot g$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του Σ_2 από Θ.Φ.Μ. μέχρι τη μέγιστη συσπείρωση.

$$K_T - K_A = W_{F\varepsilon\lambda} + W_{T_2} \Leftrightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2{}'^2 = -\frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2 - T_2 \cdot (\Delta l)$$



$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m_2 \cdot v_2{}'^2 = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l)^2 + \mu m_2 g \cdot (\Delta l)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10 = \frac{1}{2} \cdot 105 \cdot (\Delta l)^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10 \cdot (\Delta l)$$

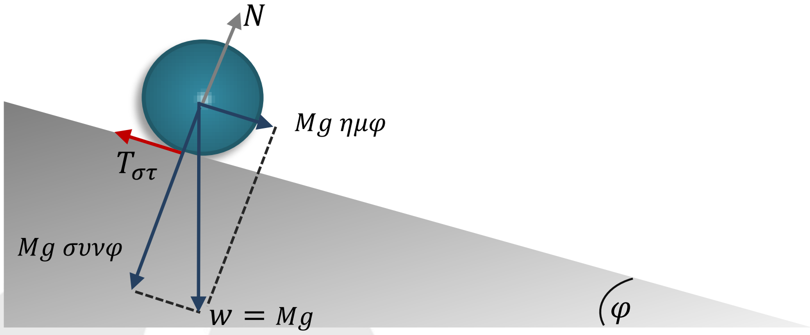
$\Leftrightarrow 21 \cdot (\Delta l)^2 + 2(\Delta l) - 8 = 0$ η οποία έχει λύσεις:

$\boldsymbol{(\Delta l) = \frac{4}{7}\, m}$, εφόσον $\Delta l > 0$.

Παρατήρηση: $W_{F\varepsilon\lambda} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 - \frac{1}{2}k \cdot (\Delta l)^2$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Εφαρμόζοντας το Θεμελιώδη νόμο της Στροφικής Κίνησης έχουμε:

$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_\gamma \;\Rightarrow\; T_{\sigma\tau\alpha\tau} \cdot R = \frac{1}{2}MR^2\alpha_\gamma$

$\Rightarrow T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{1}{2}MR\alpha_\gamma$.

Επειδή το στερεό εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma \cdot R$.

Οπότε προκύπτει: $T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{1}{2}M\alpha_{cm}$ (1)

Εφαρμόζοντας το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του στερεού έχουμε:

$\Sigma F = M\alpha_{cm} \;\Rightarrow Mg\,\eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau\alpha\tau} = M\alpha_{cm}$ (2)

Προσθέτοντας κατά μέλη τις (1) και (2) παίρνουμε:

$$Mg\,\eta\mu\varphi = \frac{3}{2}M\alpha_{cm} \;\Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm} = \frac{2g\,\eta\mu\varphi}{3}}$$

Δ2. Αφαιρώντας ένα κομμάτι κυλίνδρου η μάζα του μειώνεται. Ο κύλινδρος είναι ομογενής οπότε τα δύο σώματα έχουν την ίδια πυκνότητα. Αν m η μάζα του τμήματος που αφαιρείται, ισχύει:

$$d = \frac{m}{V_m} = \frac{m}{\pi r^2 h} \quad (3)$$

$$d = \frac{M}{V_M} = \frac{M}{\pi R^2 h} \quad (4)$$

Από τις (3) και (4) προκύπτει:

$$\frac{m}{\pi r^2 h} = \frac{M}{\pi R^2 h} \Rightarrow \frac{m}{r^2} = \frac{M}{R^2} \Rightarrow m = \frac{Mr^2}{R^2}$$

Για τη ροπή αδράνειας του συστήματος ισχύει:

$$I_{Koi\lambda} = I - I_m = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}MR^2 - \frac{1}{2}\frac{Mr^2}{R^2}r^2 = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Δ3. Λόγω της λίπανσης δεν υπάρχει τριβή μεταξύ δύο κυλίνδρων. Άρα, ο εσωτερικός κύλινδρος (m) εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση. Για τη μεταφορική κίνηση του συστήματος έχουμε:

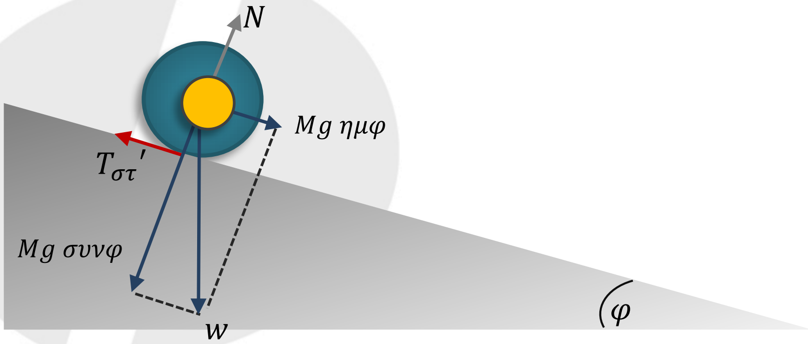
$$\Sigma F = M \cdot a'_{cm}$$

$$\Rightarrow Mg \cdot \eta\mu\varphi - T_{\sigma\tau}{}' = M \cdot a_{cm}{}' \quad (5)$$

Ο εξωτερικός μόνο κύλινδρος εκτελεί περιστροφική κίνηση, για την οποία έχουμε:

$$\Sigma\tau = I_{K o\iota\lambda} \cdot a'_{\gamma} \Rightarrow T_{\sigma\tau}{}' \cdot R = \frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\frac{a_{cm}{}'}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau}{}' = \frac{1}{2}M\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)a'_{cm} \quad (6)$$

Αθροίζοντας τις σχέσεις (5) και (6) προκύπτει:



$$Mg \cdot \eta\mu\varphi = \left(M + \frac{1}{2}M\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\right)a_{cm}{}'$$

$$\Rightarrow g \cdot \eta\mu\varphi = \left(\frac{3R^4 - r^4}{2R^4}\right)a_{cm}{}'$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a_{cm}{}' = \frac{2g\, R^4\, \eta\mu\varphi}{3R^4 - r^4}}$$

Δ4. Ο λόγος των ενεργειών είναι:

$$\frac{K_{MET}}{K_{\Pi EP}} = \frac{\frac{1}{2}\, M\, \upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}MR^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} \Rightarrow \frac{K_{MET}}{K_{\Pi EP}} = \frac{2\omega^2R^2}{R^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} \Rightarrow \frac{K_{MET}}{K_{\Pi EP}} = \frac{2R^4}{(R^4 - r^4)}$$

Αντικαθιστώντας $r = \frac{R}{2}$ έχουμε: $\frac{K_{MET}}{K_{\Pi EP}} = \frac{2R^4}{\left(R^4 - \frac{R^4}{16}\right)} = \frac{2R^4}{R^4 \cdot \left(\frac{15}{16}\right)} = \boldsymbol{\frac{32}{15}}$

Επιμέλεια:
Νίκος Πουγκιάλης, Στέφανος Μαυρογιώργης, Χαρίλαος Τσαγκαράκης, Μπάμπης Μπέσης