<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ & ΕΠΑ.Λ. Β'

22 ΜΑΪΟΥ 2013

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ), Α2. γ), Α3. δ), Α4. γ)

Α5. α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αρχικά η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$E_{T_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\cdot C\cdot V_c^2 \Rightarrow E_{T_1} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 400 = 4\cdot 10^{-3}\ Joule$$

Τελικά, η ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$E_{T_2} = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I^2 \Rightarrow E_{T_2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}\cdot 10^{-3}\cdot 6^2 = 2\cdot 10^{-3}\ Joule$$

Άρα η μείωση της συνολικής ενέργειας της ηλεκτρικής ταλάντωσης είναι:

$$\Delta E_T = E_{T_1} - E_{T_2} = 4\cdot 10^{-3} - 2\cdot 10^{-3} = 2\cdot 10^{-3}\ Joule$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η ii).

Β2. Ισχύει $\upsilon = \lambda_1\cdot f_1$ (1)

Αν $f_2 = 3f_1$ τότε: $\upsilon = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \upsilon = 3\lambda_2\cdot f_1$ (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε: $\lambda_1\cdot f_1 = 3\lambda_2\cdot f_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3}$ (3)

Έστω ένα σημείο Σ (απόσβεσης) μεταξύ των Κ, Λ το οποίο απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τα Κ, Λ αντίστοιχα.

Ισχύει: Για $r_1 > r_2$

$$\left.\begin{array}{l} r_1 - r_2 = (2N+1)\cdot\frac{\lambda_2}{2} \\ \text{όμως}\ \ r_1 + r_2 = d \Rightarrow r_2 = d - r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$r_1 - d + r = (2N+1)\frac{\lambda_2}{2} \overset{(3)}{\Longrightarrow} 2r_1 - d = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} \Rightarrow 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} + d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{6} + 2\lambda_1 \Rightarrow r_1 = (2N+1)\frac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 \quad (4)$$

Πρέπει: $0 < r_1 < d \overset{(4)}{\Longrightarrow} 0 < (2N+1)\dfrac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 < 2\lambda_1 \Rightarrow 0 < (2N+1)\dfrac{\lambda_1}{12} + \lambda_1 < 2\lambda_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 < \frac{(2\mathrm{N}+1)}{12} + 1 < 2 \Rightarrow 0 < (2\mathrm{N}+1) + 12 < 24 \Rightarrow 0 < 2\mathrm{N} + 13 < 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -13 < 2\mathrm{N} < 11 \Rightarrow -6,5 < \mathrm{N} < 5,5$$

Άρα, οι ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει το N
είναι: $\mathrm{N} = -6, -5, -4, -3, -2, -1, \ 0, \ 1, \ 2, \ 3, \ 4, \ 5$

Άρα 12 υπερβολές απόσβεσης. Επομένως σωστή απάντηση είναι η (iii)

Β3. Από την Αρχή Διατήρησης της Στροφορμής έχουμε:

$$L_{\alpha\rho\chi\cdot(\sigma\upsilon\sigma\tau.)} = L_{\tau\varepsilon\lambda\cdot(\sigma\upsilon\sigma\tau.)} \Rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = (I_1 + I_2)\cdot \omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = (I_1 + \frac{I_1}{4})\cdot \omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 \cdot \omega_1 = \frac{5 \cdot I_1}{4} \cdot \omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow \omega_{\tau\varepsilon\lambda.} = \frac{4}{5} \cdot \omega_1 \ \ (1)$$

Άρα η τελική στροφορμή του δίσκου Δ_1 έχει μέτρο:

$$L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)} = I_1 \cdot \omega_{\tau\varepsilon\lambda.} \overset{(1)}{\Longrightarrow} L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)} = I_1 \cdot \frac{4}{5}\omega_1 = \frac{4}{5} L_1 \ \ (2)$$

Οπότε: $\left|\overrightarrow{\Delta L}\right| = \left|L_{1(\tau\varepsilon\lambda.)} - L_{1(arx.)}\right| = \left|I_1 \dfrac{4}{5}\omega_1 - I_1 \cdot \omega_1\right| = \dfrac{I_1 \cdot \omega_1}{5} = \dfrac{L_1}{5}$

Οπότε σωστή είναι η απάντηση ii).

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Στο σώμα Σ_1 απο το ΘΜΚΕ έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_T + W_B + W_N \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_0^2 = -Td \ \ (1)$$

Όμως $\left.\begin{array}{l} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow B = N \Rightarrow N = m_1 g \\ T = \mu \cdot \mathrm{N} \Rightarrow T = \mu \cdot m_1 g \end{array}\right\} (2)$

$$(1) \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_0^2 = -\mu \cdot m_1 \cdot g \cdot d \Rightarrow \upsilon_1^2 - \upsilon_0^2 = -2\mu \cdot g \cdot d \ \ (3)$$

Από την ελαστική κρούση στο σημείο Γ έχουμε την ταχύτητα που αποκτά το Σ_1 μετά την κρούση:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow -\sqrt{10} = \frac{-m_1}{3m_1} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 3 \cdot \sqrt{10} \ m/s.$$

Από την (3) $\Rightarrow (3\sqrt{10})^2 - \upsilon_0^2 = -2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow 90 - \upsilon_0^2 = -10 \Rightarrow \upsilon_0^2 = 100 \Rightarrow \upsilon_o = 10\,\mathrm{m/s}$

Από την ελαστική κρούση έχουμε:

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{2m_1}{3m_1}\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2' = \frac{3\sqrt{10}\cdot 2}{3} = 2\sqrt{10} \quad \text{m/s}$$

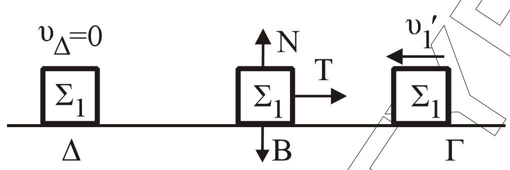
Γ2. Στην ελαστική κρούση ισχύει η ΑΔΚΕ.

$$K_{ολ_{πριν}} = K_{ολ_{μετά}} \Rightarrow K_1 = K_1' + K_2'$$

το ποσοστό $\Pi = \frac{K_2'}{K_1}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \frac{2m_1\upsilon_2'^2}{m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% =$

$$= \frac{2\cdot 4\cdot 10}{90}\cdot 100\% = \frac{8}{9}100\% = 88,89\% \text{ ή } K_2' = \frac{8}{9}K_1$$

Γ3.



Κίνηση του Σ_1
μετά την κρούση

(Σχήμα 1)

Το σώμα Σ_1 για την κίνηση από το Α στο Γ (σχήμα εκφώνησης) έχει επιτάχυνση

$$\Sigma F_x = m_1 a_1 \Rightarrow -T = m_1 a_1 \xRightarrow{(2)} -m_1\mu g = m_1 a_1 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = -\mu g = -0,5\cdot 10 = -5 \text{ m/s}^2$$

άρα $\upsilon_1 = \upsilon_0 - \alpha t_1 \Rightarrow 3\cdot\sqrt{10} = 10 - 5t_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{10 - 3\sqrt{10}}{5} = \frac{10 - 9,6}{5} = 0,08 \text{ s}$$

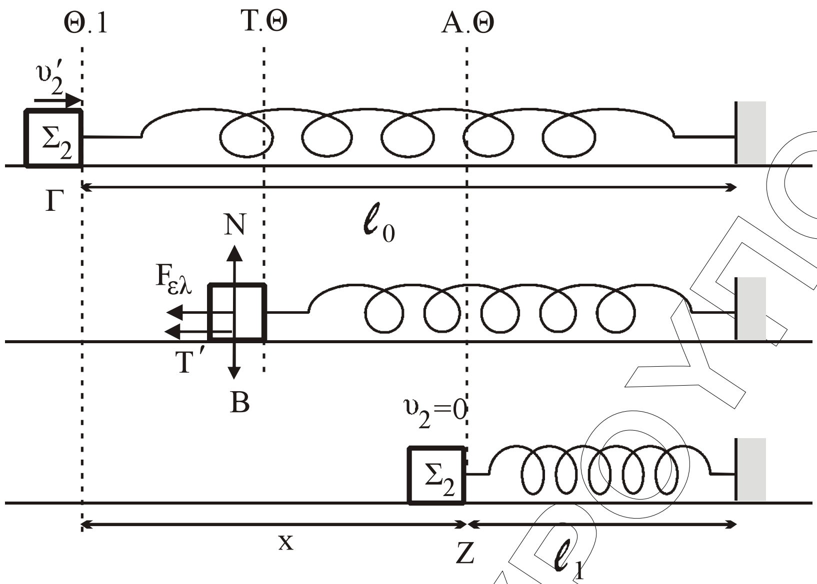
Για την κίνηση από Γ στο Δ (Σχήμα 1)

$$\Sigma F_x = m_1 a_2 \Rightarrow -T = m_1 a_2 \xRightarrow{(2)} a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$

$$\upsilon_\Delta = \upsilon_1' - \alpha t_2 \Rightarrow 0 = \sqrt{10} - 5t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{3,2}{5} = 0,64 \text{ s}$$

$t_{ολ} = t_1 + t_2 = 0,72$ s

Γ4.



Για το Σ_2 μετά την κρούση έχει ταχύτητα υ_2' και βρίσκεται σε Θ.Ι. Θα έχει μέγιστη συσπείρωση το ελατήριο αν το Σ_2 πάει στην Α.Θ. που η ταχύτητα του είναι $\upsilon_2 = 0$.

Στην τυχαία θέση στο Σ_2 ασκούνται οι δυνάμεις Βάρος - καθ. αντιδ. που το έργο τους είναι μηδέν και οι δυνάμεις τριβή και $F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau.}$ που καταναλωνούν ενέργεια.
Παίρνοντας ΘΚΜΕ από Θ.Ι. μέχρι Α.Θ. έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{T'} + W_{F\varepsilon\lambda}$$

$$\left.\begin{array}{l} 0-\dfrac{1}{2}m_2u_2'^2 = -T'\cdot x \;-\dfrac{1}{2}K(\Delta l)^2 \\ \Delta l = l_0 - l_1 = x \\ T' = \mu \mathrm{N} = \mu m_2 g = 0,5\cdot 1\cdot 10 = 5N \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\upsilon_2'^2 = -5x - \frac{1}{2}105x^2 \text{ με αντικατάσταση}$$

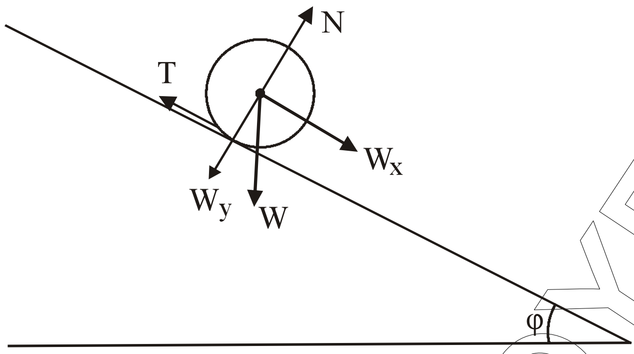
$$-40 + 10x + 105x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x_{1,2} = \frac{-10 \pm 130}{210} \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \dfrac{120}{210} = 0,57\,\mathrm{m} \;\; \text{(δεκτό)} \\ \searrow x_2 = \dfrac{-140}{210} \qquad \text{(απορρ.)} \end{array}$$

Άρα μέγιστη συσπείρωση $\Delta l = x = 0,57$ m

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ο κύλινδρος εκτελεί και μεταφορική και περιστροφική κίνηση.
Ισχύουν αντίστοιχα οι σχέσεις:

$$\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow M \cdot g \cdot \text{ημ}\varphi - T = M \cdot \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow T = M \cdot g \cdot \text{ημ}\varphi - M \cdot \alpha_{\text{cm}} \quad (1)$$

και $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{\alpha_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{\text{cm}} \quad (2)$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$\frac{1}{2} M \cdot \alpha_{\text{cm}} = M \cdot g \cdot \text{ημ}\varphi - M \cdot \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow \frac{3}{2} \alpha_{\text{cm}} = g \cdot \text{ημ}\varphi \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{2g \cdot \text{ημ}\varphi}{3}.$$

Δ2. $I_{\text{κοιλ.}} = I_{\text{Μεγ.}} - I_{\text{μικρ.}} \Rightarrow I_{\text{κοιλ.}} = \frac{1}{2} M R^2 - \frac{1}{2} m_x r^2 \quad (1)$

Οι δύο κύλινδροι έχουν την ίδια πυκνότητα και άρα ισχύει:

$$\rho_{I_{\text{Μεγ.}}} = \rho_{I_{\text{μικρ.}}} \Rightarrow \frac{M}{V_{\text{Μεγ.}}} = \frac{m}{V_{\text{Μικρ.}}} \Rightarrow \frac{M}{\pi \cdot R^2 \cdot h} = \frac{m}{\pi \cdot r^2 \cdot h} \Rightarrow m = \frac{M \cdot r^2}{R^2} \quad (2)$$

Άρα από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει:

$$I_{\text{κοιλ.}} = \frac{1}{2} M \cdot R^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot r^2}{R^2} \cdot r^2 \Rightarrow I_{\text{κοιλ.}} = \frac{1}{2} M R^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot r^4}{R^2} \Rightarrow I_{\text{κοιλ.}} = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right).$$

Δ3. $\Sigma F = M \cdot \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow M \cdot g \cdot \text{ημ}\varphi - T_{\text{στ}} = M \cdot \alpha_{\text{cm}} \quad (1)$

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau.}\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau.} = \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm} \quad (2)$$

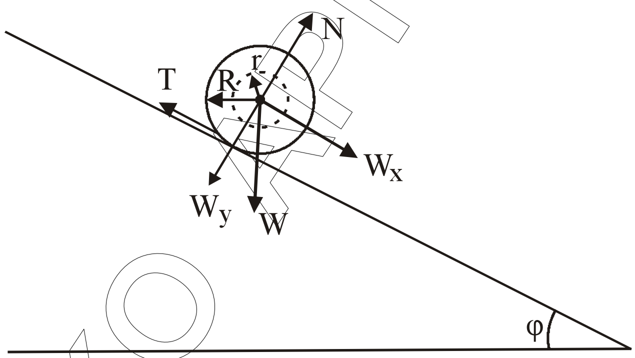
Άρα

$$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} Mg\eta\mu\varphi - \frac{1}{2}M\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\cdot\alpha_{cm} = \mathrm{M}\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\cdot\eta\mu\varphi = \left[\frac{1}{2}\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)+1\right]\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\cdot\eta\mu\varphi = \left[\frac{1}{2}-\frac{r^4}{2R^4}+1\right]\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{g\cdot\eta\mu\varphi}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{r^4}{R^4}} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2g\cdot\eta\mu\varphi}{3-\frac{r^4}{R^4}}.$$



Δ4. $$\frac{k_{\mu\varepsilon\tau}}{k_{\pi\varepsilon\rho}} = \frac{\frac{1}{2}M\cdot\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}\cdot I\cdot\omega^2} = \frac{M\cdot\upsilon_{cm}^2}{\frac{1}{2}M\cdot R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} =$$

$$= \frac{2\cdot\upsilon_{cm}^2}{R^2\left(1-\frac{r^4}{R^4}\right)\omega^2} = \frac{2}{1-\frac{r^4}{R^4}} = \frac{2}{1-\frac{\left(\frac{R}{2}\right)^4}{R^4}} =$$

$$= \frac{2}{1-\frac{\frac{R^4}{16}}{R^4}} = \frac{2}{1-\frac{1}{16}} = \frac{2}{\frac{15}{16}} = \frac{32}{15}.$$