Πανελλήνιες Εξετάσεις Ημερήσιων Γενικών Λυκείων

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης**

Ημ/νία: 25 Μαΐου 2012

Απαντήσεις Θεμάτων

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σωστή Απάντηση: **γ**

Α2. Σωστή Απάντηση: **β**

Α3. Σωστή Απάντηση: **γ**

Α4. Σωστή Απάντηση: **γ**

Α5. **α. Σ** **β. Σ** **γ. Λ** **δ. Λ** **ε. Σ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση: **γ.**

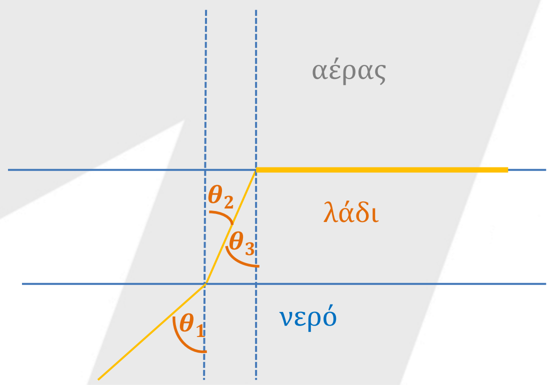
Έστω θ_1 η γωνία πρόσπτωσης του φωτός στην διαχωριστική επιφάνεια νερού-λαδιού.
Η γωνία αυτή είναι ίση με την κρίσιμη γωνία για την περίπτωση όπου το φως θα μετέβαινε στον αέρα από νερό.

Άρα: $\eta\mu\theta_1 = \frac{1}{n_\nu}$ (1)

Επίσης, για την διάθλαση από το νερό στο λάδι ισχύει:

$\frac{\eta\mu\theta_1}{\eta\mu\theta_2} = \frac{n_\lambda}{n_\nu} > 1$ (2)

Όπου n_λ ο δείκτης διάθλασης του λαδιού, n_ν ο δείκτης διάθλασης του νερού και θ_2 η γωνία διάθλασης από το νερό στο λάδι.



Όμως, ως εντός εναλλάξ $\theta_2 = \theta_3$, όπου θ_3 η γωνία πρόσπτωσης για την μετάβαση από το λάδι στον αέρα.

Υπολογίζουμε την κρίσιμη γωνία για την μετάβαση από το λάδι στο αέρα:
$\eta\mu\theta_{crit\lambda-\alpha} = \frac{1}{n_\lambda}$ (3)

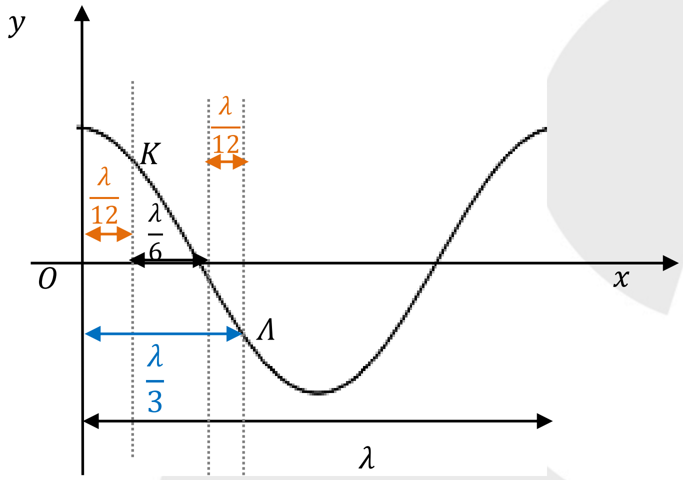
Όμως από τη σχέση (2): $\eta\mu\theta_2 = \frac{n_\nu}{n_\lambda}\eta\mu\theta_1$ και μέσω της σχέσης (1) παίρνουμε:

$$\eta\mu\theta_2 = \frac{n_\nu}{n_\lambda}\frac{1}{n_\nu} \Rightarrow \eta\mu\theta_2 = \frac{1}{n_\lambda}$$

Άρα: $\eta\mu\theta_2 = \eta\mu\theta_{crit\lambda-\alpha}$

Οπότε: $\theta_2 = \theta_{crit\lambda-\alpha}$. Όμως: $\theta_3 = \theta_2$, άρα $\theta_3 = \theta_{crit\lambda-\alpha}$.

Β2. Σωστή απάντηση: **α**



Για τα σημεία Κ και Λ έχουμε:

$$x_K = \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{6} = \frac{2\lambda}{24} = \frac{\lambda}{12}$$

Άρα: $|A_\kappa| = \left|2\ A\ \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi\frac{\lambda}{12}}{\lambda}\right)\right| = 2\ \left|A\ \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6}\right)\right| = 2\ A\ \frac{\sqrt{3}}{2} = A\sqrt{3}$

$$x_\Lambda = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{12} = \frac{3\lambda + \lambda}{12} = \frac{4\lambda}{12} = \frac{\lambda}{3}$$

Άρα: $|A_\Lambda| = \left|2A\ \sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi\frac{\lambda}{3}}{\lambda}\right)\right| = 2A\frac{1}{2} = A$

Οπότε:

$$\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \frac{\omega\ A\sqrt{3}}{\omega\ A} = \sqrt{3}$$

Β3. Σωστή απάντηση: **α**

Στη διεύθυνση που είναι παράλληλη στους δύο τοίχους η σφαίρα Σ_2 δε δέχεται καμία δύναμη. Άρα στη διεύθυνση αυτή, η Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου υ_x .

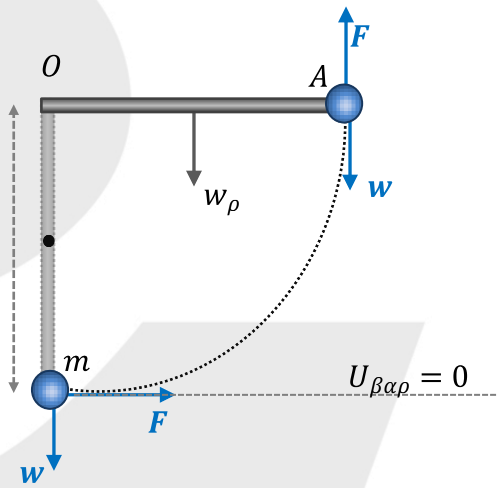
Είναι: $\upsilon_x = \upsilon\, \sigma\upsilon\nu 60^0 = \upsilon \frac{1}{2}$

Άρα για τη σφαίρα Σ_1 είναι: $t_1 = \frac{A\Gamma}{\upsilon}$, ενώ για τη Σ_2έχουμε:

$$t_2 = \frac{A\Gamma}{\frac{\upsilon}{2}} = 2\frac{A\Gamma}{\upsilon} = 2t_1.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για τη ροπή αδράνειας της ράβδου με βάση το Θεώρημα Steiner έχουμε:



$$I_{\rho\alpha\beta} = I_{cm} + M\left({}^{l}/_{2}\right)^2 = \frac{Ml^2}{12} + \frac{Ml^2}{4} = \frac{Ml^2}{3}$$

Αντίστοιχα, για τη ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_{\Sigma Y\Sigma(0)} = \frac{Ml^2}{3} + m\cdot l^2 = \frac{Ml^2}{3} + \frac{M}{2}l^2 \Rightarrow I_{\Sigma Y\Sigma(0)} = \frac{5Ml^2}{6}$$

$$I_{\Sigma Y\Sigma(0)} = \frac{5\cdot 6\cdot 9\cdot 10^{-2}}{6} \Rightarrow I_{\Sigma Y\Sigma(0)} = 45\cdot 10^{-2} Kg\cdot m^2$$

Γ2. Για το έργο της δύναμης F μέχρι την οριζόντια θέση έχουμε:

$$W_{\tau_F} = F\cdot l\cdot \theta = \frac{120}{\pi}\cdot 0{,}3\frac{\pi}{2} \Rightarrow W_{\tau_F} = 18J$$

Γ3. Για να βρούμε τη γωνιακή ταχύτητα στην οριζόντια θέση εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την κατακόρυφη στην οριζόντια θέση:

$$\frac{1}{2}I_{\Sigma Y\Sigma(0)}\cdot \omega^2 = W_{\tau_F} - m\cdot g\cdot l - Mg\,{}^{l}/_{2}$$

$$\frac{1}{2}\,I_{\Sigma Y\Sigma(0)}\cdot \omega^2 = W_{\tau_F} - \frac{Mgl}{2} - \frac{Mgl}{2}$$

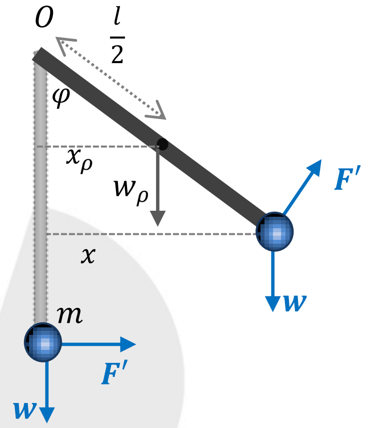
$$\frac{1}{2}I_{\Sigma Y\Sigma(0)}\cdot \omega^2 = W_{\tau_F} - Mgl$$

$$\omega^2 = \frac{2\left(W_{\tau_F} - Mgl\right)}{I_{\Sigma Y\Sigma(0)}}$$

$$\omega^2 = \frac{2(18 - 6\cdot 10\cdot 0{,}3)}{4} \Rightarrow \omega = 0\ rad/s$$

Το ερώτημα Γ4 δε θα βαθμολογηθεί, καθότι στην εκφώνηση δεν αναφέρεται ότι ζητείται η μεγιστοποίηση της κινητικής ενέργειας για πρώτη φορά.
(Οδηγία Υπουργείου: http://bit.ly/MBPRSA)

Γ4. Η κινητική ενέργεια μεγιστοποιείται εκεί που η συνισταμένη των ροπών είναι μηδέν. Στη θέση εκείνη πρέπει να βρούμε τη γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο.
Έχουμε:



$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_{F'} = T_{w_\rho} + T_w$

$F' \cdot l = M \cdot g \cdot x_\rho + m \cdot g \cdot x$ (1),

όπου $x_\rho = \frac{l}{2}\eta\mu\varphi$ και $x = l\,\eta\mu\varphi$

Οπότε έχουμε:

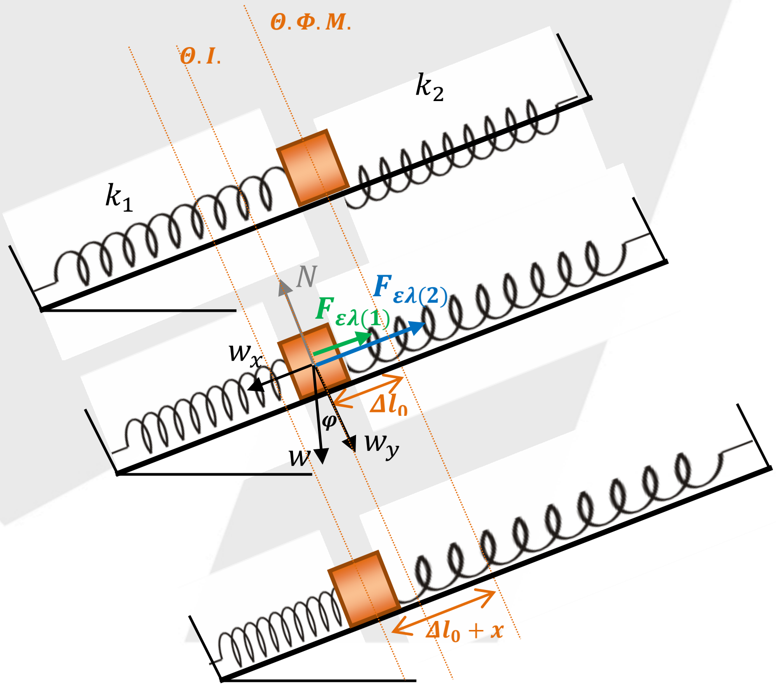
(1) $\Rightarrow F' \cdot l = M \cdot g \cdot \frac{l}{2} \cdot \eta\mu\varphi + \frac{M}{2} \cdot g \cdot l \cdot \eta\mu\varphi$

$\eta\mu\varphi = \frac{F'}{Mg} \Leftrightarrow \eta\mu\varphi = \frac{30\sqrt{3}}{6 \cdot 10}$

$\Leftrightarrow \eta\mu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = {}^{\pi}/_{3}\,rad$, για $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στη θέση ισορροπίας του σώματος m έχουμε:
$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_x = F_{E\Lambda(1)} + F_{E\Lambda(2)} \Rightarrow m_1\, g\, \eta\mu 30^0 = k_1 \Delta l_0 + k_2 \Delta l_0$ (1)
Με αντικατάσταση παίρνουμε: $2 \cdot 10 \cdot \frac{l}{2} = 60\,\Delta l_0 + 140\,\Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{1}{20}\,m$
Το ελατήριο σταθεράς k_1 συμπιέζεται κατά x από την Θ.Ι. του και ταυτόχρονα το ελατήριο σταθεράς k_2 επιμηκύνεται κατά x.



Για τη συνισταμένη των δυνάμεων ισχύει:

$$\Sigma F = w_x - F'_{E\Lambda(1)} - F'_{E\Lambda(2)} = m_1\, g\, \eta\mu 30^0 - k_1(\Delta l_0 - x) - k_2(\Delta l_0 + x)$$

$= m_1\, g\, \eta\mu 30^0 - k_1 \Delta l_0 - k_1 x - k_2 \Delta l_0 - k_2 x$ που λόγω της εξίσωσης (1) γίνεται:

$$\Sigma F = -k_1\, x - k_2\, x = -(k_1 + k_2)\, x$$

Επειδή η ΣF είναι της μορφής: $\Sigma F = -Dx$, το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς: $D = k_1 + k_2 = 200 N/m$.

Δ2. Για την κυκλική συχνότητα της α.α.τ. έχουμε:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m_1}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10\, rad/s$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ είναι: $x = +A$ οπότε αντικαθιστώντας προκύπτει:

$A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = {}^{\pi}/_{2}$

Έτσι η εξίσωση γίνεται: $x = 0{,}05\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ στο (S.I.)

Το m_2 αφήνεται στην ακραία θέση διότι έχει ταχύτητα μηδέν.

Άρα, η νέα ταλάντωση του συσσωματώματος θα έχει πλάτος: $A = \Delta l_0 = 0{,}05 m$

Δ3. Το σύστημα τώρα των $(m_1 + m_2)$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με ίδιο $D = 200 N/m$ αλλά διαφορετική κυκλική συχνότητα ίση με

$$\omega' = \sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}} = \sqrt{\frac{200}{8}} = \sqrt{25} \Rightarrow \omega' = 5\, rad/s$$

Η ταλάντωση του m_2 τώρα θα έχει σταθερά επαναφοράς: $D_2 = m_2\, \omega'^2 = 6 \cdot 5^2 = 150\, {}^{N}/_{m}$

Το m_2 θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ίδια με (τη νέα κυκλική συχνότητα) του συστήματος $\omega_2 = \omega'$.

Δ4.

Για να βρούμε το νέο πλάτος της ταλάντωσης έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\Rightarrow\; (m_1 + m_2)\, g\, \eta\mu 30 = D \cdot \Delta l'_0 \;\Rightarrow 8 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 200\, \Delta l'_0 \;\Rightarrow$$

$$\Delta l'_0 = \frac{40}{200} \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{2}{10} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta l'_0 = 0,2m}$$

$A' = 0{,}2\, m$

Στην τυχαία θέση για το m_2 που εκτελεί α.α.τ. ισχύει:

$\Sigma F = -D_2 x \Rightarrow -m_2\, g\, \eta\mu 30^0 + T_{\sigma\tau\alpha\tau} = -D_2 x \Rightarrow$

$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = m_2\, g\, \eta\mu 30^0 - D_2\, x = 30 - 150\, x$ (2) στο (S.I.) με:

$-A' \leq x \leq A' \Leftrightarrow -0{,}2 \leq x \leq 0{,}2\ m$

Για να εκτελεί α.α.τ. πρέπει: $T_{\sigma\tau\alpha\tau} \leq T_{\sigma\tau\alpha\tau(max)}$ (3)

Αλλά: $T_{\sigma\tau\alpha\tau(max)} = \mu\, N = \mu\, m_2\, g\, \sigma\upsilon\nu 30^0 = \mu \cdot 6 \cdot 10\, \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}\, \mu$ στο (S.I.)

Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε: $30 - 150\, x \leq 30\sqrt{3}\, \mu \Leftrightarrow 1 - 5x \leq \sqrt{3}\, \mu$

$\Leftrightarrow \mu \geq (1 - 5x)\frac{\sqrt{3}}{3}$

Για $x = +A' = +0{,}2\, m$ έχουμε: $\mu \geq 0$

Για $x = -A' = -0{,}2\, m$ έχουμε: $\mu \geq (1+1)\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \mu \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Συναληθεύοντας παίρνουμε: $\mu \geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Άρα η ελάχιστη λύση είναι: $\mu_{min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Επιμέλεια: Δημήτρης Αγαλόπουλος, Νίκος Πουγκιάλης, Στέφανος Μαυρογιώργης, Χαρίλαος Τσαγκαράκης