

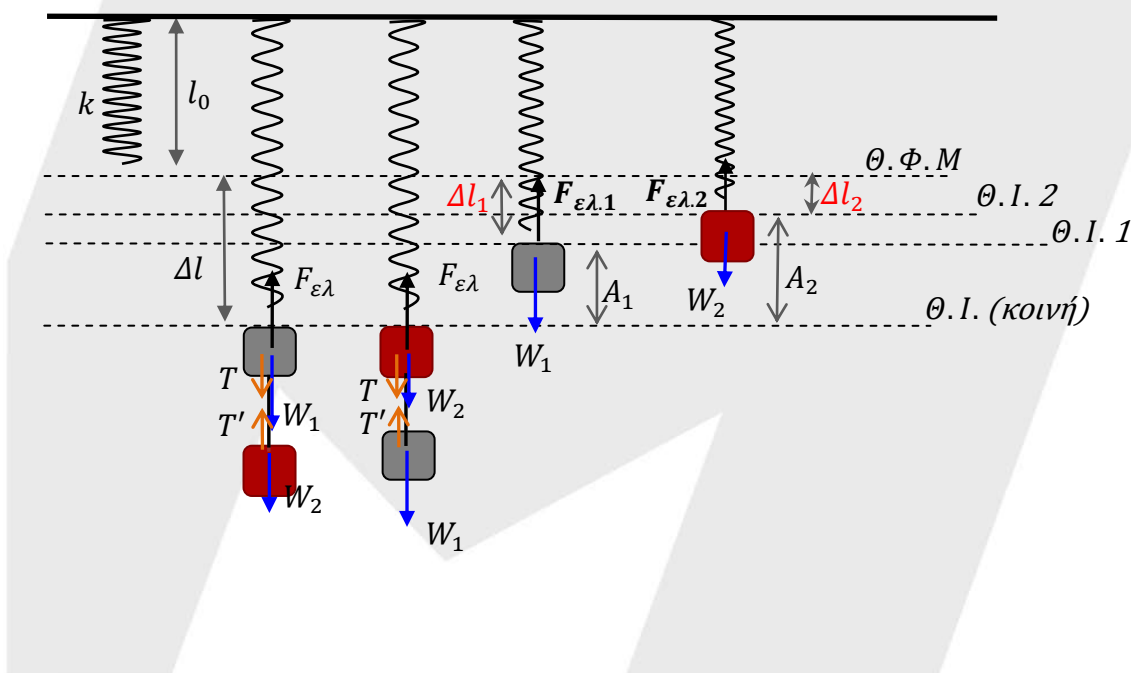
## ΘΕΜΑ Α

- A1. Σωστή Απάντηση:  $\gamma$  (Η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται)
- A2. Σωστή Απάντηση:  $\beta$  ( $\vec{E} \perp \vec{B}$ ,  $\vec{E} \perp \vec{v}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{v}$ )
- A3. Σωστή Απάντηση:  $\gamma$  (Η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης)
- A4. Σωστή Απάντηση:  $\gamma$  ([O παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο] με μήκος κύματος μικρότερο του  $\lambda$ )
- A5.  $\alpha. \Sigma$        $\beta. \Lambda$        $\gamma. \Sigma$        $\delta. \Lambda$        $\epsilon. \Lambda$

## ΘΕΜΑ Β

- B1. Σωστή Απάντηση:  $\beta$

Για το σχήμα υποθέτουμε ότι:  $m_1 > m_2$ .



# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Τα δύο ελατήρια αρχικά ισορροπούν σε κοινή θέση ισορροπίας. Μετά το κόψιμο των νημάτων τα σώματα θα εκτελέσουν Α.Α.Τ. με ακραία θέση την αρχική θέση ισορροπίας, αλλά με διαφορετικές νέες θέσεις ισορροπίας (Θ.Ι.) καθώς  $m_1 \neq m_2$ .

Για τη θέση ισορροπίας των δύο σωμάτων ισχύει:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} = (m_1 + m_2)g$

$$\Rightarrow k \Delta l = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta l = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

Για τη θέση ισορροπίας του σώματος μάζας  $m_1$  ισχύει:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ.1} = m_1 g$

$$\Rightarrow k \Delta l_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_1 g}{k}$$

Ομοίως, για το σώμα μάζας  $m_2$  ισχύει:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ.2} = m_2 g$

$$\Rightarrow k \Delta l_2 = m_2 g \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{m_2 g}{k}$$

Το πλάτος ταλάντωσης για το σώμα  $m_1$  είναι:  $A_1 = \Delta l - \Delta l_1 = \frac{m_2 g}{k}$  και για το σώμα  $m_2$  είναι:  $A_2 = \Delta l - \Delta l_2 = \frac{m_1 g}{k}$

Άρα ο λόγος των ενεργειών ( $D = k = m_1 \omega_1^2 = m_2 \omega_2^2$ , για τους δύο απλούς αρμονικούς ταλαντωτές) γίνεται:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k A_1^2}{\frac{1}{2} k A_2^2} = \left( \frac{\frac{m_2 g}{k}}{\frac{m_1 g}{k}} \right)^2 = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

**B2.** Σωστή Απάντηση: **α**

Για να έχουν τα δύο διακροτήματα την ίδια συχνότητα πρέπει:  $f_{\delta 1} = f_{\delta 2}$ , όπου  $f_{\delta 1} = |f - f_1|$  και  $f_{\delta 2} = |f - f_2|$ . Άρα:  $|f - f_1| = |f - f_2|$

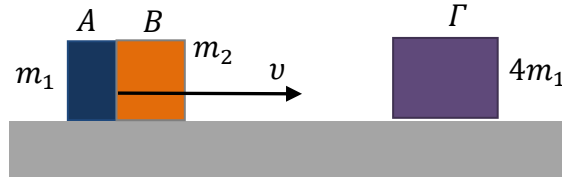
$$\Rightarrow f - f_1 = f - f_2 \text{ ή } f - f_1 = -(f - f_2)$$

$$\Rightarrow f_1 = f_2 \text{ απορρίπτεται ή } f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

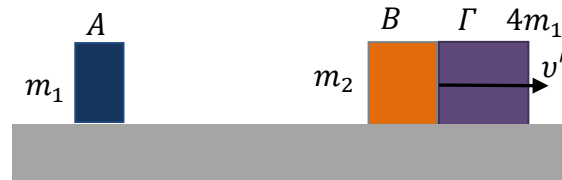
# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

B3. Σωστή Απάντηση: α

Πρίν την κρούση



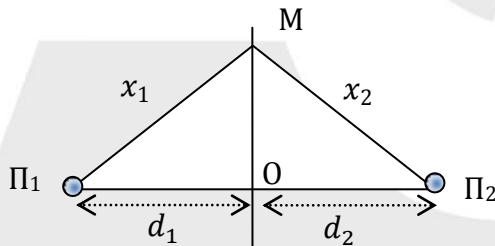
Μετά την κρούση



Το σύστημα είναι μονωμένο καθώς  $\Sigma F_{\varepsilon\xi} = 0$ , αφού το δάπεδο είναι λείο και τα σώματα ισορροπούν στον κατακόρυφο άξονα. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\overline{P_{\alpha\rho\chi}} = \overline{P_{\tau\epsilon\lambda}} \Rightarrow (m_1 + m_2) v = (m_2 + 4m_1) \frac{v}{3} \Rightarrow 3(m_1 + m_2) = m_2 + 4m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Η γενική εξίσωση συμβολής κυμάτων σε επιφάνεια υγρού είναι:

$$y = 2A \sin 2\pi \left( \frac{x_1 - x_2}{2\lambda} \right) \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$$

Αφού M σημείο της μεσοκαθέτου ισχύει:  $x_1 = x_2$  οπότε η εξίσωση της συμβολής γίνεται:

$$y = 2A \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{2x_1}{2\lambda} \right) \Rightarrow y = 2A \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \quad (1)$$

Η εξίσωση για την απομάκρυνση του σημείου M που δίνεται είναι:

$$y_M = 0,2 \eta\mu 2\pi (5t - 10) \quad (2) \quad \text{άρα με αντιστοίχιση των μεγεθών έχουμε:}$$

$$A_M = 2A = 0,2 \Rightarrow A = 0,1 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{5} \text{ sec}$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση κυματικής προκύπτει:  $\lambda = v T \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{x_1}{\lambda} = 10 \Rightarrow x_1 = 4 \text{ m}$$

Οπότε:  $x_1 = x_2 = 4 \text{ m}$ , δηλαδή:  $M\Pi_1 = 4 \text{ m}$

**Γ2.** Η φάση του σημείου M είναι:  $\varphi_M = 2\pi(5t - 10)$  για  $t_M \geq \frac{x_1}{v} \Rightarrow t_M \geq 2 \text{ sec}$ , όπου  $t_M$  ο χρόνος άφιξης των κυμάτων στο σημείο M.

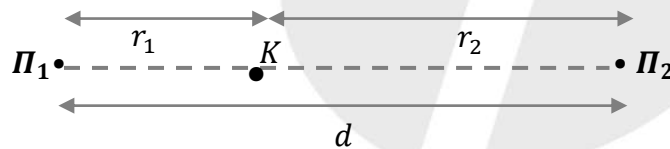
Η φάση του σημείου O είναι:

$$\varphi_O = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d_1+d_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_O = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) \text{ για } t_O \geq \frac{d_1}{v} \Rightarrow t_O \geq 0,25 \text{ sec}, \text{ όπου } t_O \text{ ο χρόνος άφιξης των κυμάτων στο σημείο O.}$$

$$\text{Άρα η διαφορά φάσης } \Delta\varphi \text{ είναι: } \Delta\varphi = \varphi_O - \varphi_M = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) - 2\pi(5t - 10)$$

$$\Delta\varphi = -10\frac{\pi}{4} + 20\pi = 17,5\pi \text{ rad}$$

**Γ3.** Τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, δηλαδή τα σημεία ενισχυτικής συμβολής δίνονται από τον τύπο:  $r_1 - r_2 = N\lambda$ ,  $N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$



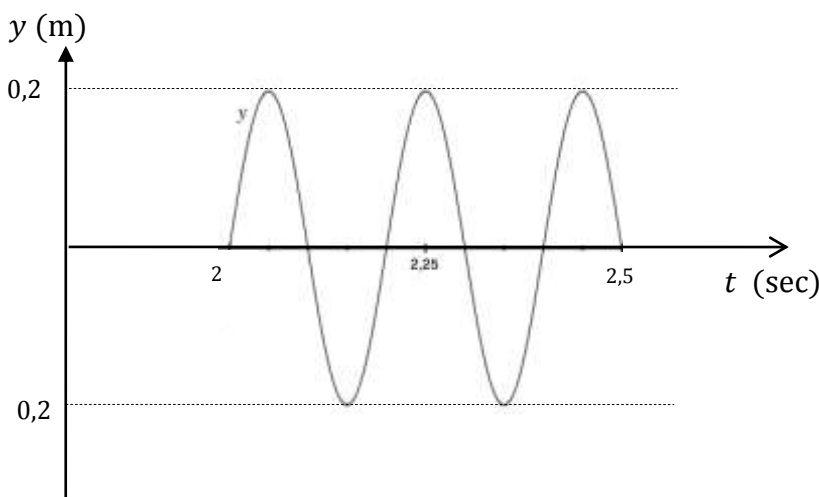
Έστω  $K$  τυχαίο σημείο ενισχυτικής συμβολής. Για το  $K$  έχουμε:  $r_1 - r_2 = N \cdot \lambda$  και  $r_1 + r_2 = d$ , οπότε προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει:  $r_1 = \frac{d}{2} + \frac{N\lambda}{2}$

$$\text{Όμως: } 0 \leq r_1 \leq d \Leftrightarrow -d \leq N\lambda \leq d$$

$$-1 \leq N\lambda \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 0,4N \leq 1 \Rightarrow -2,5 \leq N \leq 2,5 \text{ με } N \in \mathbb{Z}$$

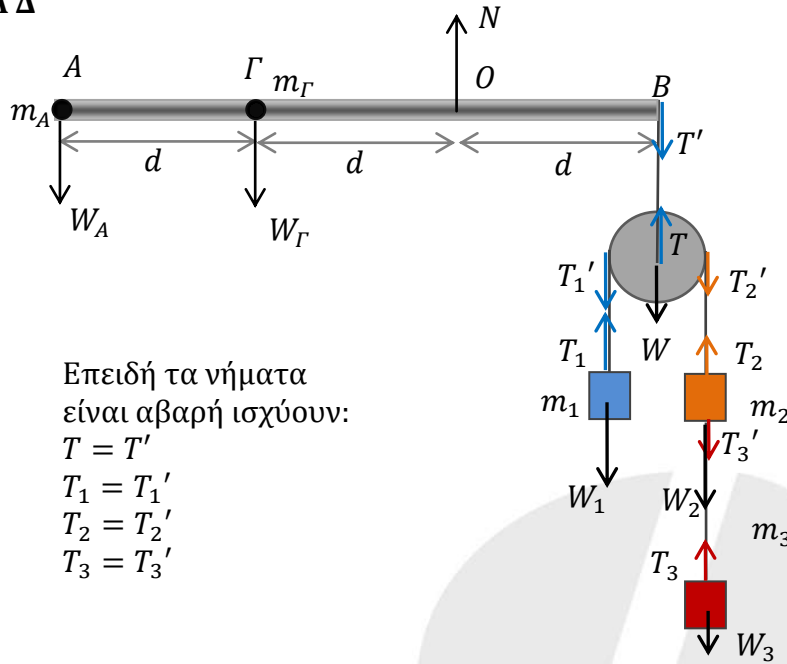
Τελικά, οι τιμές που παίρνει το  $N$  είναι:  $-2, -1, 0, 1, 2$ . Δηλαδή έχουμε 5 σημεία ενισχυτικής συμβολής.

**Γ4.** Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου M δίνεται από τη σχέση (2) με τον περιορισμό  $2 \leq t_M \leq 2,5 \text{ sec}$  και η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα:



# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

## ΘΕΜΑ Δ



Επειδή τα νήματα  
είναι αβαρή ισχύουν:

$$T = T'$$

$$T_1 = T_1'$$

$$T_2 = T_2'$$

$$T_3 = T_3'$$

**Δ1.** Για το σώμα μάζας  $m_1$  είναι:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 = W_1 \Rightarrow T_1 = 20\text{N}$

Για το σώμα μάζας  $m_3$  είναι:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_3 = W_3 \Rightarrow T_3 = 10\text{N}$

Για το σώμα μάζας  $m_2$  αντίστοιχα είναι:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = T_3 + W_2 \Rightarrow T_2 = 20\text{N}$

Για την ισορροπία της τροχαλίας είναι:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = T_1 + T_2 + W_{\tau\rho} = 80\text{N}$

Για να ισορροπεί η ράβδος πρέπει:  $\Sigma F = 0$  και  $\Sigma \tau = 0$ , ως προς οποιοδήποτε σημείο της.

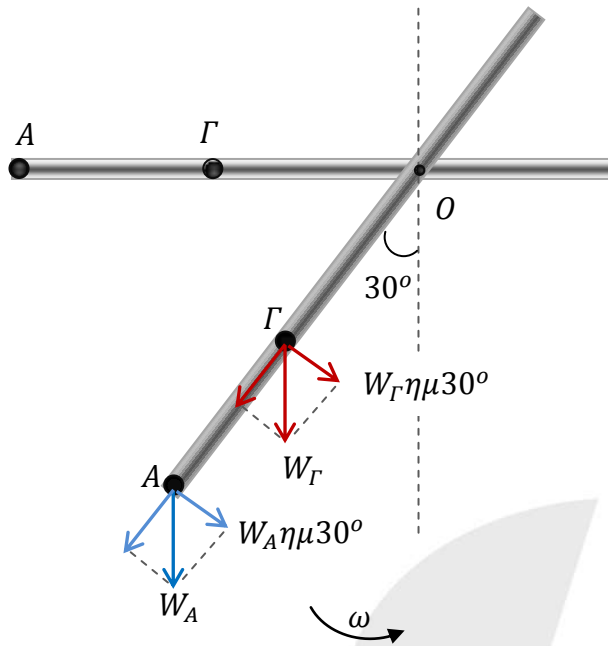
$$\Sigma \tau_O = -\tau_{W_A} + \tau_{W_G} - \tau_T = m_A g 2d + m_G g d - T d = 10 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 80 \cdot 1$$

$$= 20 + 60 - 80 \Rightarrow \Sigma \tau_O = 0$$

Άρα η ράβδος δεν στρέφεται και η σχέση  $\Sigma F = 0$  ισχύει λόγω της ύπαρξης οριζώντιου άξονα που δεν επιτρέπει τη μεταφορική κίνηση του συστήματος.

# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Δ2.



Η ροπή αδράνειας του συστήματος αβαρούς ράβδου – σημειακών μαζών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι:

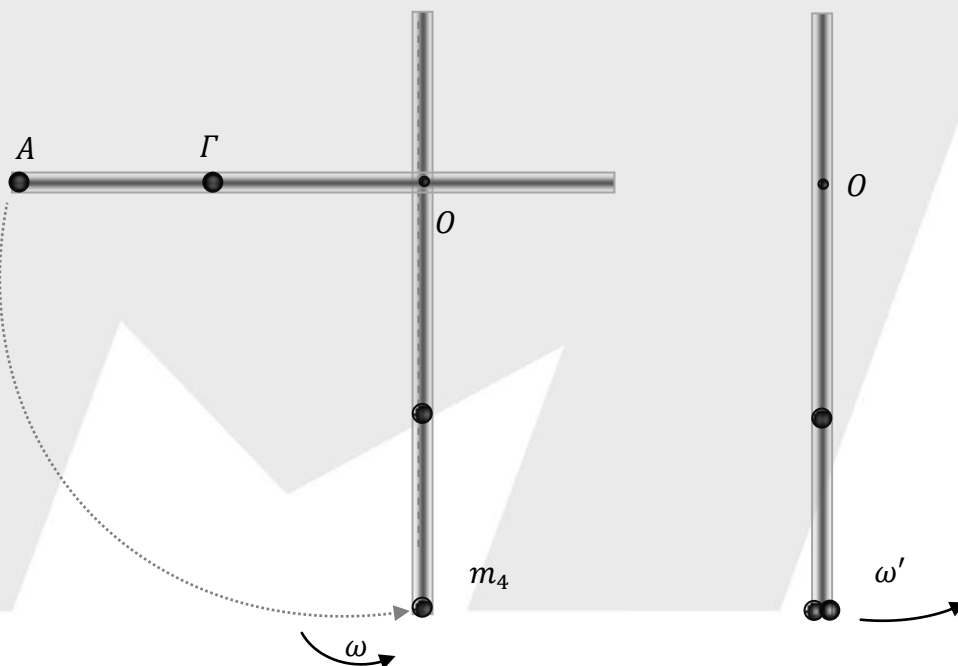
$$I_{O\Delta}(o) = m_A(AO)^2 + m_G(\Gamma O)^2 = 1 \cdot 4 + 6 \cdot 1 = 10 \text{ Kgm}^2$$

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_O = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow w_A \eta \mu 30 \cdot 2d + w_G \eta \mu 30 \cdot d = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{10 \frac{1}{2} 2 + 60 \frac{1}{2} 1}{10} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ rad/s}^2$$

Δ3.



# ΜΕΘΟΔΙΚΟ

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{O\Lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} I_{O\Lambda} \omega^2 = W_A + W_\Gamma \Rightarrow \frac{1}{2} I_{O\Lambda} \omega^2 = m_A g 2d + m_\Gamma g d \Rightarrow$$

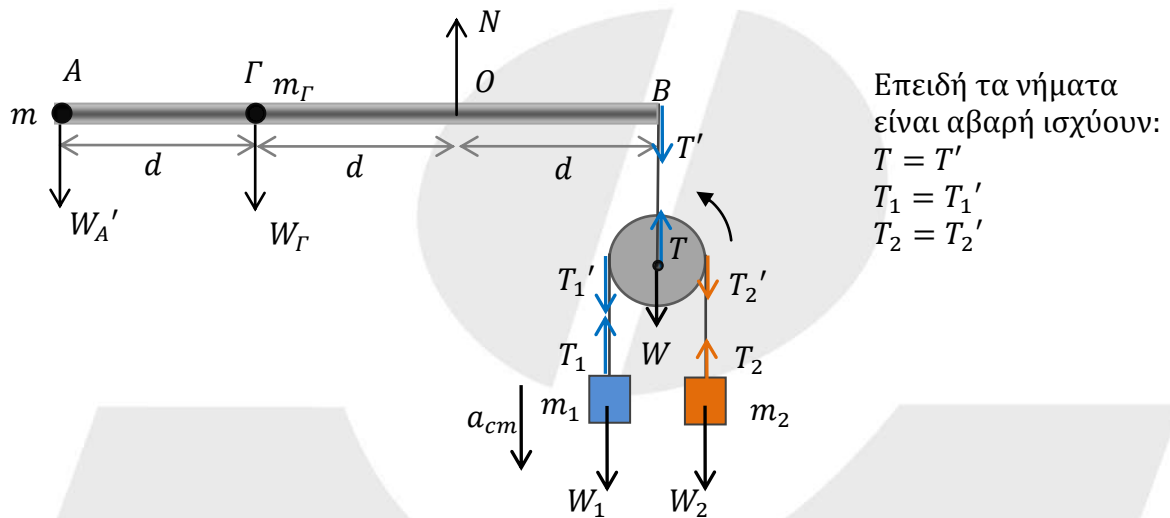
$$\frac{1}{2} 10 \omega^2 = 20 + 60 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/s}$$

Επίσης εφαρμόζοντας την Α.Δ.Σ., αφού η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών είναι μηδέν (κατακόρυφη θέση), έχουμε:  $L_{\pi\rho\iota\nu} = L_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow I_{O\Lambda} \omega = I'_{O\Lambda} \omega' \Rightarrow$

$$I_{O\Lambda} \omega = (I_{O\Lambda} + m_4 4d^2) \omega' \Rightarrow 10 \cdot 4 = (10 + 5 \cdot 4) \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3} \text{ rad/s}$$

$$v_A = \omega' 2d \Rightarrow v_A = \frac{8}{3} \text{ m/s}$$

**Δ4.**



Για το σώμα μάζας  $m_1$  είναι:  $\Sigma F = m_1 a_{cm} \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 a_{cm}$  (1)

Για το σώμα μάζας  $m_2$  είναι:  $\Sigma F = m_2 a_{cm} \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2 a_{cm}$  (2)

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης, και επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στην τροχαλία ( $a_{\gamma\omega\nu} = a_{cm}/R$ ), έχουμε:

$$\Sigma \tau_{O'} = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 R - T_2 R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M a_{cm}$$
 (3)

$$(1) + (2) + (3) \Rightarrow m_1 g - m_2 g = \left( m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M \right) a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = 2 \text{ m/s}^2$$

Από (1)  $\Rightarrow T_1 = 16 \text{ N}$ , ενώ από (2)  $\Rightarrow T_2 = 12 \text{ N}$

Στην τροχαλία είναι:  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T = T_1 + W + T_2 \Rightarrow T = 68 \text{ N}$

Για τη ράβδο ισχύει:  $\Sigma \tau = 0 \Rightarrow \tau_{W_A'} + \tau_{W_\Gamma} - \tau_T = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m g 2d + W_\Gamma d = T d \Rightarrow 20 m + 60 = 68 \Rightarrow m = 0,4 \text{ Kg}$$

Επιμέλεια: Δημήτρης Αγαλόπουλος, Νίκος Πουγκιάλης, Στέφανος Μαυρογιώργης, Μπάμπης Μπέσης, Χαρίλαος Τσαγκαράκης